No se deben enseñar mentiras

Miguel Galo Fernández

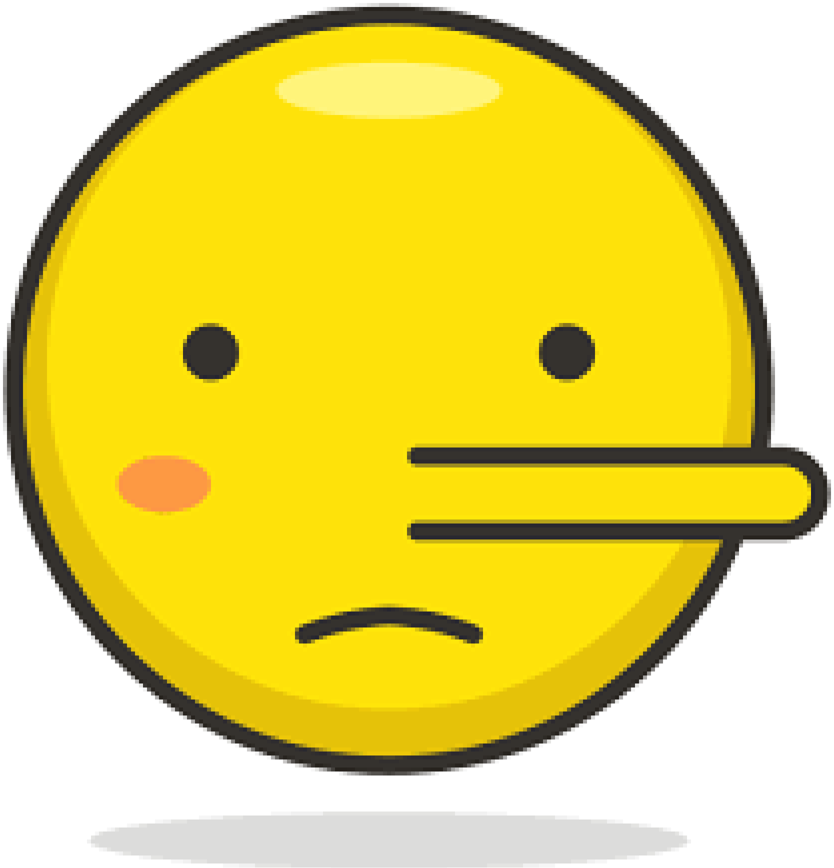

Figura 1: Las mentiras son como el fuego, si no lo frenas no para de crecer.

Índice de Contenidos

1. Preámbulo

De nuevo estoy con el mismo tema, batiéndome con los que defienden los contenidos procedimentales frente a los contenidos conceptuales. El caso que presento aquí es lacerante. Leo en el texto de la Editorial Anaya de Física y Química 4. ESO, cuyos autores son José Miguel Vílchez González; Ana María Morales Cas; Leda Garrido Martínez; José Gabriel Villalobos Galdeano; Palma Tonda Rodríguez, con identificación ISBN: 978-84-698-1886-2, en la página 22, lo siguiente:

3.4 Minimización de errores

Para minimizar los errores, se procede a realizar varias medidas de la magnitud; de este modo, los errores cometidos por exceso se pueden compensar con los cometidos por defecto.

Una vez realizadas, el **valor** de la medida es la **media aritmética** de las medidas individuales. Si para la medida de una magnitud X se realizan N medidas $(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N)$, el valor de la magnitud es:

$$X = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_N}{N}$$

Para estimar el error asociado a la medida, en primer lugar se calcula la dispersión estadística, que viene definida por:

$$\Delta X = \sqrt{\frac{(X_1 - \overline{X})^2 + (X_2 - \overline{X})^2 + (X_3 - \overline{X})^2 + \ldots + (X_N - \overline{X})^2}{N \cdot (N-1)}}$$

Llegados a este punto, el **error absoluto** de la medida (ε_{aX}) es el **mayor valor de entre la dispersión estadística y la sensibilidad** del instrumento con el que se han realizado las medidas individuales.

Finalmente, la medida se expresa como:

$$X = \overline{X} \pm \varepsilon_{aX}$$

El procedimiento aquí descrito es válido para **medidas directas,** esto es, aquellas que **se obtienen con el uso de instrumentos de medida.** Para las medidas indirectas, que son las que **se obtienen realizando cálculos** con los valores obtenidos de medidas directas, existen técnicas de estimación de errores que estudiarás en próximos cursos.

Figura 2: Tremendo enredo de conceptos y símbolos

Este escrito está plagado de errores, su autor no tiene un conocimiento claro de las medidas de dispersión, maneja tan deficientemente los conceptos estadísticos que no sabe lo que dice. A continuación, paso a paso, voy a ir desmontando las falacias que ha creado. Insisto nuevamente, he aquí de nuevo un ejemplo que ilustra la lacra de nuestro sistema de enseñar las ciencias, nos preocupamos exclusivamente de hacer los cálculos (procedimientos) tragándonos los bulos que quieran echarnos por no conocer los conceptos en los que se basan los mencionados procedimientos.

2. Población y muestra

Los alumnos de 4º de ESO, están familiarizados, o debieran estarlo, con las medidas de centralización y dispersión que dieron en 3º de ESO. También saben distinguir entre población y muestra. en el mencionado escrito del libro de texto que hemos expuesto en el preámbulo, se plantea la situación hipotética de realizar una medida en la práctica. Tenemos la limitación de la sensibilidad en el aparato de medida y también el riesgo de cometer errores sintomáticos en el proceso de medir. ¿ Cómo hallar el error cometido al hacer una medida? El autor del texto dice bien cuando propone tomar una muestra de n medidas y considerar la media aritmética como valor de la medida. La población en este caso estaría formada por todas las medidas que pudiéramos obtener al tomar una muestra con infinitas medidas. La dispersión de una medida marca la proximidad o alejamiento de ella respecto a la media. Una forma de calcular la dispersión es mediante la desviación típica, que en la mencionada muestra tendría la siguiente expresión:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\overline{x}-x_1)^2+(\overline{x}-x_2)^2+\cdots+(\overline{x}-x_n)^2}{n}},\ \overline{x} \text{ representa la media muestral.}$$

Si n es grande, en estadística se considera grande a toda muestra cuyo tamaño es $n \geq 30$, la media de la población μ coincide con la media de la muestra $\overline{x}$, es decir $\mu = \overline{x}$. Si tomáramos como desviación típica de la población (se representa por σ) la desviación típica de la muestra (se representa por S), el estadístico estaría sesgado. Esto quiere decir que no coincidiría la esperanza matemática (o media) de la desviación de las sucesivas muestras que pudiéramos tomar con la desviación típica de la población, aún más, se podría demostrar que la relación entre la esperanza de la desviación típica muestral y la de la población seria $E(S) = \sqrt{(n-1)} \cdot \sigma$. La cuasi desviación típica de una muestra se define como $S_{n-1} = \sqrt{\frac{(\overline{x}-x_1)^2+(\overline{x}-x_2)^2+\cdots+(\overline{x}-x_n)^2}{n-1}}$. Para evitar el referido sesgo se toma como desviación típìca de la población la cuasi desviación típica de la muestra, es decir $\sigma = \sqrt{\frac{(\overline{x}-x_1)^2+(\overline{x}-x_2)^2+\cdots+(\overline{x}-x_n)^2}{n-1}}$

3. La primera falacia: error en la fórmula

El autor del texto expuesto en el preámbulo define un nuevo concepto estadístico (hasta ahora nunca lo había oído, he intentado buscarlo por Internet, en libros, artículos, etc, y no lo he hallado), lo llama **dispersión estadística**. Viendo como pretende utilizar este valor trata de calcular la desviación respecto a la media, en promedio, de los valores de la muestra. No sé el porqué utilizar este nombre si el concepto ya está definido, su dispersión estadística coincide con la desviación típica de la población que, como ya hemos indicado, coincide con la cuasi desviación típica de la muestra. Pero, ¡ay! en la fórmula que propone hay un error, en el denominador sobra una n:

$$\Delta X = \sqrt{\frac{(\overline{x}-x_1)^2+(\overline{x}-x_2)^2+\cdots+(\overline{x}-x_n)^2}{\cancel{n}(n-1)}}$$

4. La segunda falacia: confundir con la notación

El incremento de un valor X usualmente se denota con la simbología ΔX. Si disponemos de un primer valor de la variable X_1 y de un segundo valor de la variable X_2, entonces el valor del incremento de la variable X viene dado por $\Delta X = X_2 - X_1$. El autor del libro no quiere utilizar ΔX en el sentido que estamos indicando, lo quiere utilizar como desviación típica de la población. Para mayor claridad debiera sustituir el símbolo ΔX por σ, los alumnos de 4º de ESO ya vieron en matemáticas de 3º ESO estos conceptos con la simbología adecuada de modo que no habría problema alguno.

5. Tercera falacia: confundir conceptos

El error absoluto de una medida x, que se representa por $\epsilon_{a,x}$, se define como el valor absoluto de la diferencia entre un valor que se supone exacto y el valor aproximado. El autor del texto define el error absoluto como el máximo del conjunto formado por la dispersión estadística (la desviación típica de la muestra) y la sensibilidad del instrumento de medida. Definitivamente el libro de texto no está escrito en Román Paladino, habla otro idioma. Es una barbaridad confundir el error absoluto con la desviación típica o con la precisión del aparato medidor.

6. Cuarta falacia: confundir un valor con un intervalo

Sinceramente pienso que lo mejor que pudiera haber hecho el autor es no meterse en el berenjenal que se ha metido, si se extiende un concepto ha de explicarse bien en qué consiste, no es honesto dar una receta y proponer una serie de ejercicios para que los resuelva el alumno, aunque este no sepa lo que está haciendo. En el texto se lee $\cdots$ la medida se representa como $X = \overline{X} \pm \epsilon_{a,x}$. Con esto el autor nos está indicando que las medidas que hacemos están en el intervalo abierto $(\overline{X} - \epsilon_{a,x}, \overline{X} + \epsilon_{a,x}\ )$. Esto es falso, aun diría más, el autor resuelve, a modo de ejemplo, el siguiente ejercicio:

Ejercicio resuelto

6 **Con un cronómetro que aprecia hasta la centésima de segundo (cs) se realizan cuatro medidas del tiempo que tarda un objeto en caer al suelo desde una altura determinada, obteniendo los siguientes valores:**

$t_1 = 3{,}47\ s$; $t_2 = 3{,}89\ s$; $t_3 = 3{,}53\ s$; $t_4 = 3{,}65\ s$

Expresa estas medidas, y el valor de la medida final, indicando los errores.

Las medidas directas se ven afectadas por un error absoluto igual a la sensibilidad del cronómetro:

$$t_1 = 3{,}47 \pm 0{,}01\ s$$
$$t_2 = 3{,}89 \pm 0{,}01\ s$$
$$t_3 = 3{,}53 \pm 0{,}01\ s$$
$$t_4 = 3{,}65 \pm 0{,}01\ s$$

El valor de la medida es la media aritmética de los valores obtenidos:

$$\overline{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{4} = 3{,}635\ s$$

Para estimar el error, en primer lugar se calcula la dispersión estadística:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{(t_1 - \overline{t})^2 + (t_2 - \overline{t})^2 + (t_3 - \overline{t})^2 + (t_4 - \overline{t})^2}{4 \cdot (4-1)}}$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{(-0{,}165)^2 + (0{,}255)^2 + (-0{,}105)^2 + (0{,}015)^2}{4 \cdot 3}}$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{0{,}1035\ s^2}{12}} = 0{,}092870878\ s$$

Como puedes observar, en este caso la dispersión estadística es mayor que la sensibilidad del cronómetro, por lo que se toma aquella como error absoluto de la medida. Por tanto:

$$t = 3{,}635 \pm 0{,}092870878\ s$$

Pero **esta no es la forma correcta de expresar la medida,** debiendo proceder a un redondeo como se explica en el apartado siguiente.

Figura 3: Intervalo falaz

Si homogeneizamos el número de decimales la medida, según el autor, vale $t = 3'64 \pm 0'09$ y esto da lugar al intervalo I = ($3'64 - 0'09, 3'64 + 0'09$)=(3'55,3'73). Hay dos valores medidos que están fuera de este intervalo, a saber, $t_1 \notin I$, $t_3 \notin I$, ¡el 50 % de los valores medidos quedan fuera de este intervalo!

7. Quinta falacia: el olvido de establecer un intervalo de confianza

A este nivel, 4º ESO, no procede hablar de estadística inferencial mencionando el intervalo de confianza. Si queremos saber lo que estamos haciendo, o mejor lo que quiere hacer el autor del texto aunque lo haga mal, no tenemos más remedio que mencionar algunos resultados de estadística inferencial. En primer lugar tenemos que saber lo que significa que una variable aleatoria, en este caso la medida efectuada t, sigue una distribución normal. Esto equivale a que t va tomando sus distintos valores de forma aleatoria. En el experimento que trata el ejemplo esto es evidente, los distintos valores que aparecen al tomar el tiempo que tarda en llegar al suelo el objeto dependen de nuestra percepción de la llega a tierra de este pulsando el botón de parada del cronómetro. La detención del cronómetro es aleatoria dentro de unos límites. El intervalo de confianza de la variable t, que se distribuye normalmente, para un nivel de significación α es el intervalo abierto $(\bar{t} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{t} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ donde:

- $\bar{t}$ es la media aritmética del tiempo que tarda el objeto en llegar al suelo en la muestra elegida.
- $Z_{\alpha/2}$ es el valor crítico de la distribución normal tipificada, es el valor para el que la probabilidad de que la variable se encuentre entre $-Z_{\alpha/2}$ y $Z_{\alpha/2}$ es igual a $1-\alpha$, es decir $P(-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1-\alpha$. Este valor lo podemos encontrar en una tabla de la distribución normal. Usualmente se suele utilizar un nivel de significación de $\alpha = 0'05 \sim 5\,\%$, o lo que es lo mismo un nivel de confianza de $1-\alpha = 0'95 \sim 95\,\%$, en este caso vale $Z_{\alpha/2} = 1{,}96$
- $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{(\bar{t}-t_1)^2 + (\bar{t}-t_2)^2 + \cdots + (\bar{t}-t_n)^2}{n(n-1)}}$, aquí aparece ahora la expresión a la que el autor llama dispersión estadística y que nada tiene que ver con ΔX, como nada tiene que ver con el error absoluto que confunde también con esta expresión.

Concluye el autor que el valor de la medida es entonces $t = 3'64 \pm 0'09$, esto es falso. Con un nivel de confianza del 95 % , por ejemplo, el intervalo de confianza de la variable tiempo (t) es $t = 3'64 \pm 0'09 \cdot 1'96$, es decir $t = 3'64 \pm 0'18$. De una manera más clara, el 95 % de las medidas que hagamos en el experimento están en el intervalo abierto $I = (3'64 - 0'18, 3,64 + 0'18) \Rightarrow I = (3'46, 3'82)$

Hubiera estado muy bien que el autor no hubiera pisado este charco, la falta de argumentar con conceptos y no con recetarios infames de fórmulas descerebradas, producen situaciones ridículas como la que se da en este libro de texto (¡ojo! que no es la única). Y luego nos quejamos del fracaso escolar, ¡venga ya!