# POINCARÉ
## El Último Universalista

*Un científico digno de este nombre, especialmente*
*si es un matemático, experimenta en su labor*
*la misma impresión que un artista; su placer*
*es tan grande y de la misma naturaleza.*
*Henri Poincaré*

En la *History of his life and times* el astrólogo William Lilly (1602 - 1681) recuerda un gracioso, aunque increíble relato de la forma cómo se conocieron John Napier (1550-1617), de Merchiston, el inventor de los logaritmos, y Henry Briggs (1561-1631) del Gresham College, Londres, quien calculó la primera tabla de logaritmos vulgares. Un tal John Marr, "excelente matemático geómetra", se trasladó "a Escocia antes que Briggs, con el fin de estar allí cuando estas dos personas tan doctas se encontrasen. Briggs, señaló cierto día para que se realizara la reunión en Edimburgo; pero fracasó, pues el señor Napier, sin duda, no pudo venir. Sucedió que un día John Marr y el señor Napier estaban hablando de Briggs: “Ah, John (dijo Merchiston), Briggs no vendrá ahora”. En aquel momento llamaron a la puerta. John Marr se apresuró a abrir, y con gran satisfacción vio que era Briggs, a quien llevó a la sala de mi señor, *donde transcurrió casi un cuarto de hora* durante el cual se miraron uno a otro con admiración, *antes de que ninguno de los dos pronunciara una palabra".*

Recordando esta leyenda, Sylvester cuenta que él estuvo a punto de batir el récord mundial de Briggs de ilimitada admiración cuando en 1885 visitó al autor de numerosos trabajos asombrosamente maduros y maravillosamente originales de una nueva rama del Análisis, que habían estado inundando las revistas matemáticas desde el año 1880.

Sylvester confiesa que "pude darme cuenta de los sentimientos de Briggs en su entrevista con Napier cuando recientemente visité a Poincaré [1854-1912] en su gallinero aéreo de la calle Gay-Lussac... En presencia de ese poderoso depósito de fuerza intelectual, mi lengua se negó a cumplir su oficio, y hubo de pasar cierto tiempo (quizá fueron dos o tres minutos) antes de que me formara una idea de sus juveniles rasgos externos y me encontrara en condiciones de hablar".

*Henri Poincaré*

En otra parte Sylvester recuerda su confusión cuando, después de haber subido los tres tramos de estrechos peldaños que conducían al "gallinero aéreo de Poincaré", se detuvo e inclinó su pelada cabeza contemplando con asombro a un muchacho "tan rubio y tan joven" como era el autor del diluvio de trabajos que había anunciado el advenimiento de un sucesor de Cauchy.

Una segunda anécdota puede dar cierta idea del respeto que ha merecido la obra de Poincaré a aquellos que estuvieron en condiciones de apreciar sus alcances.

Interrogado por un inglés patriota de los tiempos de la primera gran guerra de aquellos que creían que era obligación de todos los patriotas académicos exaltar a sus aliados y rebajar a sus enemigos: quién era el hombre más grande que Francia había producido en los tiempos modernos, Bertrand Russell contestó instantáneamente, "Poincaré". "¿Cómo?, ¡ese hombre!", exclamó su mal informado interlocutor creyendo que Russell se refería a Raymond Poincaré, Presidente de la República Francesa. "Oh, exclamó Russell cuando comprendió el error, yo pensaba en el primo de Raymond, Henri Poincaré".

*Poincaré fue el último hombre que consideró como su reino toda la Matemática, tanto pura como aplicada. Se cree, de ordinario, que sería imposible para un ser humano actual comprender ampliamente y mucho menos hacer obra creadora en más de dos de las cuatro principales divisiones de la Matemática, la Aritmética, el Álgebra, la Geometría y el Análisis, por no decir nada de la astronomía y de la física matemática. Sin embargo, cuando en el año 1880 se iniciaba la gran carrera de Poincaré se creía, en general, que Gauss había sido el último de los universalistas matemáticos, y parecía imposible que el ambicioso joven pudiera dominar todo el campo de la Matemática.*

A medida que la Matemática evoluciona se dilata y se contrae como los modelos del Universo de Lemaitre. Actualmente nos encontramos en una dilatación explosiva, y es absolutamente imposible para cualquier hombre llegar a familiarizarse con la enorme masa de trabajos matemáticos que han aparecido en el mundo desde el año 1900. Pero en ciertos sectores importantes se observa ya una saludable tendencia a la contracción. Así ocurre, por ejemplo, en Álgebra, donde la introducción de los métodos por postulados ha hecho el tema cada vez más abstracto, más general, y menos desconectado. Similitudes inesperadas, que en algunos casos llegan a la identidad enmascarada, están siendo descubiertas gracias a la nueva forma de abordar los temas, y es concebible que la próxima generación de algebristas no necesitará saber mucho de lo que ahora se considera de valor, cuando gran parte de las cuestiones particularmente difíciles se reúnan bajo un principio general más sencillo de amplio alcance. Algo de esto sucedió en la física matemática clásica cuando la relatividad dio de lado la complicada matemática del éter.

Otro ejemplo de esta contracción en la época de la dilatación es el uso, que rápidamente va aumentando, del cálculo tensorial, en desmedro de las numerosas ramas especiales del análisis vectorial. Tales generalizaciones y condensaciones son muchas veces difíciles de comprender por los hombres de más edad, pero al final suelen darse cuenta de que los métodos generales son esencialmente más sencillos y más fáciles de tratar que los múltiples e ingeniosos ardides ideados para los problemas especiales. Cuando los matemáticos dicen que una cosa como el cálculo tensorial es fácil, al menos en comparación con algunos de los algoritmos que le precedieron, no intentan parecer superiores ni misteriosos, sino que afirman una verdad que cualquier estudiante puede comprobar por sí mismo. Esta cualidad de generalización fue un rasgo instintivo en la vasta obra de Poincaré.

Si la abstracción y la generalización tienen manifiestas ventajas del tipo indicado, también es cierto que algunas veces presentan graves desventajas para quienes se interesan por los detalles. ¿Qué uso inmediato tiene para el físico saber que una ecuación diferencial particular que se plantea en sus trabajos es resoluble, pues así lo ha probado algún matemático puro, cuando ni él ni el matemático pueden realizar la labor hercúlea exigida por una solución numérica capaz de aplicación a problemas específicos?

Para citar un ejemplo, correspondiente a un campo en el que Poincaré hizo algunos de sus trabajos más originales, consideremos un fluido incompresible homogéneo, que se mantiene unido por la gravitación de sus partículas, y que gira alrededor de un eje. ¿En qué condiciones será el movimiento estable, y cuáles serán las posibles formas de ese fluido en rotación estable? Mac Laurin, Jacobi y otros autores han demostrado que ciertas elipsoides serán estables; Poincaré, usando métodos más intuitivos, "menos aritméticos", que sus predecesores, pensó que había determinado los criterios para la estabilidad de un cuerpo piriforme. Pero cometió un error. Sus métodos no estaban adaptados al cálculo numérico, y los investigadores posteriores, incluyendo G. H. Darwin, hijo del famoso Charles, sin atemorizarse por las terribles selvas de Álgebra y de Aritmética que debían ser exploradas antes de que pudiera alcanzarse una conclusión definida, buscaron una solución decisiva[1].

El hombre interesado en la evolución de las estrellas dobles se encuentra más cómodo si los hallazgos de los matemáticos se le presentan en una forma a la que pueda aplicar una máquina calculadora. Y desde el *fiat* de Kronecker de la "no construcción, no existencia", algunos matemáticos puros han sido menos entusiastas de lo que eran en los días de Poincaré por la existencia de teoremas que no son constructivos. El desprecio de Poincaré por la serie de detalles que exige la Matemática, y que deben resolverse antes de seguir adelante, fue una de las causas que más contribuyó a su universalidad. Otra fue su extraordinaria capacidad de comprensión para todo lo que se refiere a la teoría de funciones de variable compleja. En esto no tuvo igual.

*Puede advertirse que Poincaré mostró su universalidad al descubrir conexiones hasta entonces no sospechadas entre distintas ramas de las Matemáticas, por ejemplo entre los grupos (continuos) y Álgebra lineal.*

Antes de continuar con el relato de su vida, recordaremos uno de los rasgos más característicos de Poincaré. Pocos matemáticos han tenido una visión filosófica tan amplia como Poincaré y ninguno le ha superado en el don de exponer con claridad. Probablemente siempre estuvo profundamente interesado en las implicaciones filosóficas de la ciencia y de la Matemática, pero tan sólo en 1902, cuando su grandeza como matemático estaba más allá de toda duda, se sintió atraído por lo que pudiera llamarse la vulgarización de la Matemática, y se dejó llevar con un sincero entusiasmo por la idea de compartir con los no profesionales la significación e importancia humana del tema. Su preferencia por lo general frente a lo particular le ayudó para exponer ante los inteligentes profanos aquellos temas cuyos alcances matemáticos van más allá de la importancia técnica. Hace 20 ó 30 años podía verse en los jardines y en los cafés de París a obreros y vendedores leyendo ávidamente algunas de las obras maestras populares de Poincaré, en su edición barata. Las mismas obras, en ediciones más cuidadas, se encontraban sobre la mesa de trabajo

---

[1] Esta famosa cuestión del "cuerpo piriforme", de considerable importancia en cosmogonía, fue planteada en 1905 por Liapounoff, y sus conclusiones confirmadas por Sir James Jeans; encontraron que el movimiento es inestable. Pocos han tenido valor de comprobar los cálculos. Después de 1915, León Liechtenstein, compatriota de Liapounoff, abordó de un modo general el problema de las masas fluidas en rotación. El problema parece dar mala suerte, pues ambos tuvieron muertes violentas.

de cualquier hombre culto. Estos libros fueron traducidos al inglés, al alemán, al español, al húngaro, al sueco y al japonés. Poincaré hablaba en lenguaje universal, fácilmente comprensible, de la Matemática y de la ciencia, y su estilo, muy peculiar, pierde mucho en la traducción.

Por el mérito literario de sus obras de vulgarización Poincaré recibió el máximo honor a que un escritor francés puede aspirar: ser miembro de la Sección literaria del Instituto. Algunos envidiosos novelistas han dicho rencorosamente que Poincaré obtuvo esta distinción, única para un hombre de ciencia, debido a que una de las funciones de la Academia literaria es la constante redacción de un diccionario de la lengua francesa, y el universal Poincaré era, sin duda, el hombre que podría ayudar a los poetas y a los autores dramáticos en su lucha para decir al mundo lo que son funciones automorfas. La opinión imparcial, basada en un estudio de los trabajos de Poincaré, está de acuerdo en que el matemático merecía esa distinción. Muy afín a su interés por la filosofía de la Matemática es su preocupación por la psicología de la creación matemática. ¿Cómo realizan los matemáticos sus descubrimientos? Poincaré nos narra más tarde sus propias observaciones sobre este misterio en una de las más interesantes descripciones de los descubrimientos personales que haya podido ser escrita. Según Poincaré los descubrimientos matemáticos suelen tener lugar después de un largo tiempo de ardua labor. Igual que en la literatura, según dice Dante Gabriel Rosetti, se necesita "cierta cantidad de trabajo cerebral fundamental" antes de que pueda madurar un poema, en la Matemática no se producen descubrimientos sin un profundo trabajo preliminar, pero esto no es, en modo alguno, todo lo necesario. Todas las "explicaciones" para proporcionar una receta en cuya virtud un ser humano pueda llegar a crear resultan sospechosas. La excursión de Poincaré a la psicología práctica, como algunas otras en la misma dirección, no llegó a proporcionar el vellocino de oro, pero al menor sugiere que tal cosa no es completamente mítica, y podrá algún día encontrarse el medio para que los seres humanos sean aún más inteligentes y capaces de comprenderse a sí mismos.

La herencia intelectual de Poincaré por ambos lado era satisfactoria. Tan sólo nos remontaremos a su abuelo paterno. Durante la campaña napoleónica de 1814, su abuelo, que tenía 20 años, fue agregado al hospital militar en Saint-Quentin.

Establecido en Rouen, en el año 1817, se casó, y tuvo dos hijos: León Poincaré, nacido en 1828, que fue médico distinguido y miembro de una Facultad de medicina, y Antoine, que llegó a ser inspector general del Departamento de caminos y puentes. Henri, hijo de León, nació el 29 de abril de 1854, en Nancy, Lorena, y llegó a ser el mejor matemático de los primeros años del siglo XX; uno de los dos hijos de Antoine, Raymond, estudió leyes, y desempeñó la presidencia de la República Francesa durante la primera guerra mundial. El otro hijo de Antoine fue director de educación secundaria. Un tío abuelo, que siguió a Napoleón en la campaña de Prusia, desapareció y jamás se oyó hablar de él después de la derrota de Moscú.

De este árbol genealógico podría deducirse que Henri tendría que heredar cierta capacidad administrativa y política; pero no ocurrió así, salvo en su primera infancia, época en que inventaba los juegos para sus hermanas y amigos. En estos juegos su desempeño era limpio y escrupuloso, y cuidaba de que cada uno de los compañeros fuera fiel al papel que le correspondía. Esta es quizá la prueba más concluyente de que Poincaré era constitucionalmente incapaz de comprender los más sencillos principios de administración que su primo Raymond aplicó intuitivamente.

La biografía de Poincaré fue escrita detalladamente por su compatriota Gaston Darboux (1842-1917), uno de los principales geómetras de los tiempos modernos, en 1913 (el año siguiente a la muerte de Poincaré). Alguna cosa puede haber escapado al autor de este libro, pero parece que Darboux, después de referirse a la madre de Poincaré, diciendo que "procedía de una familia del distrito del Meuse cuyos padres vivieron en Arrancy, y era una persona muy buena, muy activa y muy inteligente", no llega a mencionar su nombre de soltera. Es posible que los franceses hayan hecho suya la doctrina de las tres K, recordada al ocuparnos de Dedekind, debido a la influencia que pudiera dejar Alemania en Francia desde 1870 a 1914. Sin embargo, de una anécdota narrada por Darboux, sería posible deducir que su nombre de familia *puede* haber sido Lannois. Sabemos que la madre dedicó toda atención a la educación de sus dos hijos pequeños, Henri y su hermana menor (cuyo nombre no se menciona). La hermana contrajo matrimonio con Emile Boutroux, y fue madre de un matemático que murió joven.

En parte debido a los constantes desvelos de la madre, el desarrollo mental de Poincaré fue extraordinariamente rápido. Aprendió a hablar muy precozmente, pero también de modo defectuoso, debido a que pensaba con tanta rapidez que no podía trasladar el pensamiento a la palabra. Desde su infancia su coordinación motora fue precaria. Cuando aprendió a escribir, se descubrió que era ambidextro, y que podía escribir o dibujar tan defectuosamente con su mano izquierda como con su mano derecha. Poincaré jamás se cuidó de esta torpeza física. A este respecto será también interesante recordar que cuando Poincaré fue reconocido como el más grande matemático y vulgarizador de la ciencia de su tiempo, se sometió a los *tests* Binet, haciendo el desagradable descubrimiento de que si se hubiera tratado de un niño, en lugar de ser el famoso matemático que era, los tests habrían demostrado que se trataba de un imbécil. Cuando tenía cinco años Henri sufrió un fuerte ataque de difteria complicado con parálisis laríngea, que persistió durante nueve meses. Este accidente dio lugar a que durante largo tiempo fuera delicado y tímido, pero después sacó fuerzas de flaqueza para dedicarse a los bruscos juegos propios de los niños de su edad.

Su diversión principal era la lectura, donde por primera vez se mostró su desusado talento. Una vez leído un libro, cosa que hacía con increíble velocidad, quedaba para siempre en su memoria, y podía citar la página y la línea donde se narrara un determinado acontecimiento. Conservó esta poderosa memoria toda su vida. Esta rara facultad, que Poincaré comparte con Euler, quien también la poseyó en menor grado puede ser llamada memoria visual o del espacio. En la memoria temporal, la capacidad para recordar con extraordinaria precisión una serie de sucesos acaecidos largo tiempo antes, era también extraordinariamente potente. Sin embargo, Poincaré suele calificar su memoria como "mala". Su defectuosa visión física contribuyó quizá a una tercera peculiaridad de su memoria. La mayoría de los matemáticos parece que recuerdan los problemas y fórmulas en su mayor parte de un modo visual, pero Poincaré los recordaba casi totalmente de un modo auditivo. Incapaz de ver distintamente la pizarra cuando era estudiante, se sentaba lejos y retenía lo que oía de un modo perfecto sin tomar notas: una hazaña fácil para él, pero incomprensible para la mayor parte de los matemáticos. Sin embargo, también debió tener una poderosa memoria de la "visión interna", pues gran parte de su

obra, como una buena parte de la de Riemann, fue del tipo que supone una fácil intuición del espacio y una aguda representación psíquica. Su incapacidad para usar hábilmente sus dedos constituyó un obstáculo para los trabajos de laboratorio, y es de lamentar que cierta parte de sus estudios de física matemática no hayan estado tan cercanos a la
realidad como hubiera ocurrido de haber dominado el arte de la experimentación. Si Poincaré hubiera sido en ciencia práctica lo que fue en la ciencia teórica, hubiera añadido un cuarto miembro al incomparable trío Arquímedes, Newton y Gauss.

No todos los grandes matemáticos han sido soñadores tan "distraídos" como la fantasía popular gusta de suponer. Poincaré fue una de las excepciones, pero sólo en cosas de poca importancia. A muchas personas, que en modo alguno pertenecen a la categoría de sabios abstraídos, les ocurre lo mismo, y no son pocos los mortales que después de haber comido en el restaurante guardan en su bolsillo el dinero con que debían pagar su cuenta.

Algunas de las "distracciones" de Poincaré quizá tienen una interpretación diferente. En una ocasión (Darboux no narra la historia, pero debería haberlo hecho, pues ilustra el carácter algo brusco de Poincaré en los últimos años), un distinguido matemático, se trasladó desde Finlandia a París para conversar con Poincaré de problemas científicos. Éste no abandonó su estudio para saludar al visitante cuando la sirvienta le notificó su llegada, sino que continuó paseando de un lado a otro, como era su costumbre cuando se dedicaba a la Matemática, durante tres largas horas. Durante este tiempo, el desconfiado visitante permaneció sentado en la sala próxima, separado del maestro tan sólo por unas delgadas cortinas. Finalmente, las cortinas se separaron durante un momento y apareció en la habitación la cabeza de búfalo de Poincaré. "*Vous me dérangez beaucoup*" (me molestáis extraordinariamente) explotó aquella cabeza, y desapareció. El visitante tuvo que renunciar a la entrevista, que era exactamente lo que deseaba el "abstraído" profesor.

Los estudios primarios de Poincaré fueron brillantes, aunque la Matemática no fuera la disciplina que atrajera al principio su interés. Su primera pasión fue la historia natural, y toda su vida continuó siendo amante de los animales. La primera vez que tomó un rifle en sus manos se disparó accidentalmente y mató a un ave sin que él se lo propusiera. Este accidente le afectó tanto que en su vida ulterior (salvo la época del servicio militar) se negó a tocar un arma de fuego. A la edad de nueve años dio la primera demostración de lo que iba a ser uno de sus mayores triunfos. El maestro de composición declaró que un breve ejercicio, original en su forma y en su fondo, que el joven Poincaré había compuesto constituía "una pequeña obra maestra", y lo conservó como uno de sus tesoros. Pero también aconsejó a su discípulo que fuera más convencional, más estúpido, si deseaba causar una buena impresión en los profesores de la escuela. Apartándose de los juegos bruscos propios de sus compañeros, Poincaré inventó los suyos. También fue un infatigable bailarín. Como aprendía sus lecciones con tanta facilidad como respiraba, empleó la mayor parte de su tiempo en diversiones y en ayudar a su madre en las tareas de la casa. En esa fase precoz de su carrera Poincaré ya mostró algunas de las más notables características de su facilidad para abstraerse del mundo. Frecuentemente se olvidaba de comer, y casi nunca recordaba si había o no desayunado.

La pasión por la Matemática se bosquejó en la adolescencia o poco antes (cuando tenía 15 años). Desde el principio mostró una particularidad que duró toda su vida: hacía sus operaciones matemáticas mentalmente, mientras paseaba inquieto, y sólo acudía al papel después de una madura meditación. La charla, ni los ruidos le perturbaban cuando estaba trabajando. En su vida ulterior escribió sus trabajos de un tirón, sin volver a leer lo que había escrito, o limitándose a tachar algunos párrafos. Cayley componía también sus trabajos de esta forma, y probablemente Euler hacía lo mismo. Algunos de los trabajos de Poincaré muestran signos de una composición apresurada, y él mismo decía que jamás había terminado un trabajo sin lamentarse de los errores de forma o de fondo. Muchos hombres que se han distinguido intelectualmente han tenido la misma sensación. La afición de Poincaré por los estudios clásicos, donde sobresalió, le enseñó la importancia que para un trabajo tiene la forma y la sustancia.

*La guerra franco-prusiana estalló en Francia en 1870, cuando Poincaré tenía 16 años. Aunque era demasiado joven y demasiado débil para un servicio activo, Poincaré participó de todos los horrores, pues Nancy, donde vivía, sufrió la ola de la invasión, y el joven acompañó a su padre en sus visitas al hospital. Más tarde, pasando terribles dificultades, volvió con su madre y hermana a Arrancy para ver lo* *que había sucedido a sus abuelos paternos, en cuyos espaciosos jardines habían transcurrido, durante las vacaciones escolares, los días más felices de su infancia. Arrancy estaba cerca del campo de batalla de Saint-Privat. Para llegar a la ciudad hubieron que pasar a través de campos desiertos y quemados, sufriendo un "frío glacial". Al fin llegaron a su destino, encontrando que la casa había sido saqueada, "no sólo de las cosas de valor sino también de las cosas sin valor", siendo además profanada en la forma bestial bien conocida por los franceses durante la guerra de 1914. Los abuelos carecían de todo, y el alimento les era proporcionado por una pobre mujer que se había negado a abandonar las ruinas de su casucha y que insistía en compartir con ellos su modesta pitanza.*

Poincaré jamás olvidó esto, ni tampoco olvidó la larga ocupación de Nancy por el enemigo. Fue durante la guerra cuando aprendió alemán. Ávido de saber lo que los alemanes decían de Francia y de sí mismo, Poincaré aprendió su lengua. Lo que vio y lo que aprendió de los relatos oficiales de los propios invasores le hicieron un ardiente patriota, pero, lo mismo que Hermite, jamás confundió la Matemática de los enemigos de su país con sus actividades más prácticas. Su primo Raymond, en cambio, jamás podía decir algo acerca de *les Allemands* sin reprimir un grito de odio. En el gran libro del infierno donde constan los balances de los odios de un patriota frente a los de un patriota alemán, Poincaré puede ser colocado frente a Kummer, Hermite frente a Gauss, para obtener así el perfecto cero implicado en la famosa ley "ojo por ojo, diente por diente".

Siguiendo la habitual costumbre francesa, Poincaré aprobó sus primeros grados (bachiller en letras y en ciencias) antes de especializarse. Esos exámenes tuvieron lugar en 1871, cuando tenía 17 años, y estuvo a punto de ser reprobado en Matemática. Llegó tarde y azorado fracasó en una prueba tan extraordinariamente sencilla como es obtener la suma de una progresión geométrica convergente. Pero su fama le había precedido. "Cualquier estudiante que no fuera Poincaré hubiera sido reprobado", declaró el presidente del Tribunal.

Luego se preparó para los exámenes de ingreso en la Escuela de ingenieros de Montes, donde asombró a sus compañeros al obtener el primer premio en Matemática sin haberse molestado en tomar apuntes. Sus compañeros, creyéndole un farsante, le quisieron someter a una prueba, encargando a un estudiante de cuarto año que le presentara un problema matemático que les parecía particularmente difícil. Sin una aparente meditación Poincaré encontró la solución con rapidez, y siguió paseando, dejando cariacontecidos a sus burlones compañeros que se preguntaban: "¿Cómo ha hallado la solución?" No son pocos los que se han hecho la misma pregunta en otras condiciones similares de la carrera Poincaré. Jamás parecía meditar cuando sus colegas le presentaban una dificultad matemática: "la réplica venía como una flecha".

Al terminar este año pasó, ocupando el primer lugar, a la Escuela Politécnica. Varios son los relatos que se conservan de su examen. Unos dicen que cierto miembro del Tribunal, prevenido de que el joven Poincaré era un genio matemático, suspendió el examen durante tres cuartos de hora, para idear alguna difícil cuestión, una refinada tortura. Pero Poincaré la resolvió sin dificultad, y el inquisidor "felicitó cariñosamente al alumno, comunicándole que había obtenido la máxima calificación". Los resultados obtenidos por Poincaré frente a sus atormentadores parecen indicar que los profesores franceses de Matemática habían aprendido algo desde que arruinaren la vida de Galois y estuvieron a punto de hacer lo mismo con la de Hermite.

En la Politécnica, Poincaré se distinguió por su brillantez en la Matemática, por su extraordinaria incompetencia en todos los ejercicios físicos, incluyendo la gimnasia y las artes militares, y por su manifiesta incapacidad para dibujar algo que se pareciera a algún objeto terrenal o celestial. Esto era muy grave: Un cero en el examen de ingreso, aun que se tratara del dibujo, significaba ser expulsado de la Escuela. Los jueces estaban desconcertados: "...un cero es eliminatorio. En las restantes cosas (salvo el dibujo), Poincaré carece de rival. Si es admitido, será el primero: pero, ¿puede ser admitido?". Para que Poincaré fuera admitido los buenos jueces posiblemente colocaron un punto decimal antes del cero y un 1 después de él.

A pesar de esta ineptitud para los ejercicios físicos, Poincaré era extraordinariamente popular entre sus compañeros. Al final del año organizaron una exhibición pública de sus obras artísticas, cuidadosamente rotuladas en griego: "esto es un caballo..." y así sucesivamente. Pero la incapacidad de Poincaré para el dibujo también tuvo su lado serio cuando estudió Geometría; entonces perdió el primer lugar, ocupando el segundo puesto.

Al dejar la Politécnica en 1875, teniendo 21 años, Poincaré ingresó en la Escuela de Minas, con la intención de ser ingeniero. Sus estudios técnicos, aunque fielmente realizados, le dejaban ciertas horas de ocio que dedicaba a la Matemática, y mostró lo que había dentro de él abordando un problema general de ecuaciones diferenciales. Tres años después presentó una tesis sobre el mismo tema, pero refiriéndose a una cuestión más difícil y más general, a la Facultad de Ciencias de París, para aspirar al grado de doctor en ciencias matemáticas. "Vi clara, e inmediatamente, dice Darboux que fue llamado a examinar la obra, que la tesis era superior al tipo ordinario y merecía ampliamente ser aceptada. Seguramente contenía resultados suficientes para proporcionar material a algunas buenas tesis. Pero debo declarar, para que se tenga una idea exacta de cómo Poincaré trabajaba, que muchos puntos necesitaban correcciones o explicaciones. Poincaré era un hombre dominado por la intuición. Una vez que llegaba a la cima, jamás volvía sobre sus pasos. Quedaba satisfecho pasando a través de todas las dificultades, y dejaba a los demás el trabajo de pavimentar las carreteras destinadas a conducir más fácilmente hasta la meta. Voluntariamente se sometió a hacer las correcciones que parecían necesarias, pero me explicó que tenía entonces otras muchas ideas en su cabeza, y que ya estaba ocupado con algunos de los grandes problemas cuyas soluciones nos pensaba dar".

Así, el joven Poincaré, como Gauss, se veía invadido, por un enjambre de ideas que llenaban su mente, pero, a diferencia de Gauss, su lema no era "Poco, pero maduro". Es una cuestión que queda por resolver si un hombre de ciencia creador que guarda los frutos de su labor tanto que algunos de ellos se estropean es más útil para el progreso de la ciencia, que los hombres impetuosos, que esparcen todo lo que cosechan, verde o maduro, para que la semilla pueda madurar si el terreno es apropiado o deshacerse cuando se trata de frutos endebles. Algunos piensan que es mejor lo primero, otros lo segundo. Como cualquier decisión está más allá de los criterios objetivos, dejamos a cada uno con su propia opinión[2].

[2] "No hay camino real que conduzca a la Geometría"; se dice que Menecmo, respondió a Alejandro el Grande, cuando éste deseaba aprender la Geometría apresuradamente

Poincaré no estaba destinado a ser ingeniero de Minas, aunque durante su aprendizaje demostró que tenía al menos el valor para serlo. Después de la explosión de una mina, que produjo 17 víctimas, formó parte de la cuadrilla de salvamento. Pero la profesión no le resultaba agradable, y aprovechó la oportunidad de dedicarse a la Matemática cuando su tesis y sus primeros trabajos así lo permitieron. Su primer cargo académico lo obtuvo en Caen, el 1 de diciembre de 1879, como profesor de Análisis matemático. Dos años más tarde (teniendo 27 años) pasó a la Universidad de París, donde en 1886 fue ascendido al ser encargado del curso de mecánica y física experimental (esto último parece extraño dada la dificultad de Poincaré para los trabajos de laboratorio). Salvo con ocasión de sus viajes a los congresos científicos europeos y de su visita a los Estados Unidos, en 1904, para pronunciar conferencias en la exposición de St. Louis, Poincaré permaneció en París, como cabeza de la Matemática francesa.

El período creador de Poincaré se abre con su tesis de 1878 y termina con su muerte en 1912, cuando estaba en la cumbre de su capacidad. En este lapso relativamente breve de 34 años acumuló tal cantidad de trabajos que parece increíble si consideramos las dificultades que entrañan la mayor parte de ellos. Suman casi 500 trabajos sobre *nuevas* Matemáticas, tratándose en muchos casos de extensas memorias, y más de 30 libros, que se refieren prácticamente a todas las ramas de la física matemática, de la física teórica y de la astronomía teórica que existían en su época. No contamos aquí sus trabajos clásicos sobre la filosofía, de la ciencia y sus ensayos de vulgarización. Para dar una adecuada idea de esta inmensa labor sería necesario ser un segundo Poincaré, y, por tanto, elegiremos dos o tres de sus obras más célebres para hacer de ellas una breve descripción.

El primer triunfo de Poincaré tuvo lugar en la teoría de ecuaciones diferenciales, a las cuales aplicó todos los recursos del Análisis, que dominaba de un modo absoluto. Esta primera elección indica las inclinaciones de Poincaré hacia las aplicaciones de la Matemática, pues las ecuaciones diferenciales han atraído a enjambres de investigadores desde los tiempos de Newton, debido, principalmente, a que *tienen* gran importancia para la exploración del Universo físico. Los matemáticos "puros" algunas veces gustan imaginar que todas sus actividades son dictadas por sus propios gustos, y que las aplicaciones de la ciencia no tienen interés para ellos. De todos modos, algunos de los más puros entre los puros han dedicado sus vidas a las ecuaciones diferenciales, que aparecieron primeramente al trasladar las situaciones físicas al simbolismo matemático; y son precisamente estas ecuaciones, sugeridas en el terreno práctico, las que constituyen el núcleo de la teoría. Una ecuación particular sugerida por la ciencia puede ser generalizada por los matemáticos, y entonces ser devuelta a los científicos (con frecuencia sin una solución que ellos puedan usar) para ser aplicada a nuevos problemas físicos, pero en primero y último término el motivo es científico. Fourier resume esta tesis en un párrafo famoso que irrita a ciertos tipos de matemáticos, pero que Poincaré hizo suyo y siguió en gran parte de su obra.

"El estudio profundo de la naturaleza, declara Fourier, es la fuente más fecunda del descubrimiento de los matemáticos. Este estudio no sólo tiene la ventaja de excluir cuestiones vagas y cálculos vanos al ofrecer una meta definida a la investigación, sino que es también un medio seguro de moldear el Análisis y de descubrir aquellos elementos de él que es esencial conocer y que la ciencia debe siempre conservar. Estos elementos fundamentales son los que se repiten en todos los fenómenos naturales". A lo cual alguien puede replicar: No hay duda, pero ¿qué hacemos con la Aritmética considerada en el sentido de Gauss? Sin embargo, Poincaré siguió el consejo de Fourier, lo creyera o no -y hasta sus investigaciones en la teoría de números fueron más o menos remotamente inspiradas por otras más o menos cercanas a la Matemática de la ciencia física.

Las investigaciones sobre ecuaciones diferenciales le llevaron, en 1880, cuando Poincaré tenía 26 años, a uno de sus más brillantes descubrimientos, una generalización de las funciones elípticas (y de algunas otras). La naturaleza de una función periódica (uniforme) de una sola variable ha sido explicada repetidamente en capítulos anteriores, pero al referirnos a lo que hizo Poincaré podemos repetir lo esencial. La función trigonométrica *sen z* tiene el período $2\pi$, o sea, *sen* $(z + 2\pi)$ = *sen z*; es decir, cuando la variable $z$ aumenta en $2\pi$, la función seno de $z$ toma su valor inicial. Para una función elíptica, $E(z)$, existen *dos* períodos distintos, o sea $p_1$ y $p_2$, tal que $E(z + p_1) = E(z)$, $E(z + p_2) = E(z)$ *y Poincaré* encontró que la *periodicidad* es simplemente un caso especial de una propiedad más general: el valor de las funciones se restablece cuando la variable es reemplazada por una cualquiera de una infinidad *numerable* de transformaciones lineales de sí misma, y todas estas transformaciones forman un grupo. Algunos símbolos aclararán este juicio.

Supongamos que z se sustituye por $\frac{az+b}{cz+d}$.

Entonces, para una *infinidad numerable* de series de valores de *a, b, c, d,* existen funciones de *z*, es decir *F(z)* es una de ellas tal que

$$F\left(\frac{az+b}{cz+d}\right)=F(z)$$

Además, si $a_1$, $b_1$, $c_1$, $d_1$ *y* $a_2$, $b_2$, $c_2$, $d_2$ son dos series cualesquiera de valores de *a, b, c, d, y si z se* reemplaza por $\frac{a_1z+b_1}{c_1z+d_1}$ *y luego* por $\frac{a_2z+b_2}{c_2z+d_2}$, dando *por* ejemplo $\frac{Az+B}{Cz+D}$ entonces no sólo tenemos

$$F\left(\frac{a_1z+b_1}{c_1z+d_1}\right)=F(z)$$
$$F\left(\frac{a_2z+b_2}{c_2z+d_2}\right)=F(z)$$

sino también

$$F\left(\frac{Az+B}{Cz+D}\right)=F(z)$$

Además, la serie de todas las sustituciones

$$z\rightarrow\frac{az+b}{cz+d}$$

(la flecha se lee "es reemplazada por") que deja el valor de *F(z)* invariable como justamente se explica *forma un grupo:* el resultado de la sucesiva realización de dos sustituciones en la serie

$$z \to \frac{a_1 z + b_1}{c_1 z + d_1}$$
$$z \to \frac{a_2 z + b_2}{c_2 z + d_2}$$

está en la serie; existe una "sustitución idéntica" en la serie, o sea z'→ z (aquí $a = 1$, $b = 0$, $c = 0$, $d = 1$); *y,* finalmente, cada sustitución tiene una "inversa" única, es decir, para cada sustitución en la serie existe otra única que, si se aplica a la primera, producirá la sustitución idéntica. En resumen, utilizando la terminología de los capítulos anteriores, vemos que *F(z)* es *una función que es invariante en un grupo infinito de transformaciones lineales.* Obsérvese que la infinidad de sustituciones es una infinidad numerable, como primero se enuncia: las sustituciones pueden ser contadas 1, 2, 3,... y *no* son tan numerosas como los puntos de una línea. Poincaré construyó realmente tales funciones, y desarrolló sus propiedades más importantes en una serie de trabajos a partir de 1880. Tales funciones son llamadas *automorfas.*

Sólo necesitamos hacer aquí dos observaciones para indicar lo que Poincaré consiguió con esta maravillosa creación. Primero, su teoría comprende la de las funciones elípticas como un caso particular. Segundo, como dijo el distinguido matemático francés George Humbert, Poincaré encontró dos memorables proposiciones que "le dieron las claves del cosmos algebraico".

Dos funciones automorfas[3] invariantes en el mismo grupo están relacionadas por una ecuación algebraica.

Inversamente, las coordenadas de un punto sobre cualquier curva algebraica se pueden expresar por medio de funciones automorfas y, por tanto, por funciones uniformes de un parámetro.

---

[3] Poincaré llamó a algunas de sus funciones "fuchsianas", del nombre del matemático alemán Lazarus Fuchs (1833-1902), uno de los creadores de la teoría moderna de ecuaciones diferenciales, por razones sobre las que no necesitamos detenernos. A otras las denominó "kleinianas", del nombre de Félix Klein, en irónico reconocimiento de discutida prioridad

Una curva algebraica es aquella cuya ecuación es del tipo *P(x, y)* = 0, donde *P(x,y)* es un polinomio en *x* e *y*. Como un simple ejemplo, la ecuación del círculo cuyo centro está en el origen, (0, 0), y cuyo radio es *a,* es $x^2 + y^2 = a^2$. De acuerdo con la segunda "clave" de Poincaré debe ser posible para expresar *x, y* como funciones automorfas de un solo parámetro, *t.* Esto es; si $x = a \cos(t)$ e $y = a \operatorname{sen}(t)$, entonces, elevando al cuadrado y sumando eliminaremos *t* (puesto que $\cos^2 t + \operatorname{sen}^2 t = 1$), y encontramos $x^2 + y^2 = a^2$. Pero las funciones trigonométricas cos *t, sen t* son casos especiales de funciones elípticas, que, a su vez, son casos especiales de funciones automorfas.

La creación de esta vasta teoría de funciones automorfas fue una ele las muchas cosas asombrosas que Poincaré hizo en el Análisis antes de cumplir los *30* años. Tampoco dedicó todo su tiempo al Análisis, pues también atrajeron su atención la teoría de números, algunas partes del Álgebra y la astronomía matemática. Al principio dio a la teoría gaussiana de las formas cuadráticas binarias (véase capítulo sobre Gauss) una forma geométrica, particularmente atractiva para aquellos que como Poincaré prefieren el método intuitivo. Esto, como es natural, no fue todo lo que hizo en Aritmética superior, pero las limitaciones del espacio impiden nuevos detalles.

Una labor de este calibre no podía pasar inadvertida. A la desusada edad de 32 años (en 1887), Poincaré fue elegido miembro de la Academia. Su proponente dijo algunas cosas muy atinadas acerca de él, pero la mayor parte de los matemáticos suscribieron principalmente esta verdad: "la obra de Poincaré está por encima de todo elogio, y nos recuerda inevitablemente lo que Jacobi escribía de Abel: que había planteado cuestiones que antes de él no había sido imaginadas. Debe, en efecto, reconocerse que hemos sido testigos de una revolución en Matemática comparable en cualquier respecto a la que tuvo lugar hace medio siglo con la aparición de las funciones elípticas".

*Dejar la obra de Poincaré en la Matemática pura en este momento, es como levantarse de un banquete inmediatamente después de haberse sentado ante la mesa, pero debemos ocuparnos ahora de otra faceta de su universalidad.*

Desde el tiempo de Newton y sus sucesores inmediatos la astronomía ha proporcionado generosamente a los matemáticos más problemas que los que podía resolver. Hasta finales del siglo XIX las armas usadas por los matemáticos en su estudio de la astronomía fueron prácticamente simples perfeccionamientos de las inventadas por Newton mismo, Euler, Lagrange y Laplace. Pero a través del siglo XIX, particularmente después de que Cauchy desarrollara la teoría de funciones de una variable compleja y de las investigaciones de dicho autor y de otros sobre la convergencia de las series infinitas, la labor de los matemáticos puros ha ido acumulando un enorme arsenal de armas todavía no ensayadas. Para Poincaré, a quien el Análisis le resultaba tan fácil como el pensar, este vasto cúmulo de Matemática todavía no utilizado, le parecía muy adecuado para emplearlo en una nueva ofensiva contra los problemas sobresalientes de la mecánica celeste y de la evolución planetaria. Eligió las armas que le parecieron mejores, las perfeccionó, inventó otras nuevas y atacó la astronomía teórica en una forma tan amplia como no había sido atacada durante un siglo. Modernizó el ataque; en efecto su campaña fue tan extraordinariamente moderna para la mayoría de los especialistas en mecánica celeste que hasta en nuestros días, cuarenta años o más después de que Poincaré inició su ofensiva, pocos han dominado sus métodos, y algunos, incapaces de tender su arco, insinúan que son inútiles para un ataque práctico. De todos modos, a Poincaré no le faltaron continuadores, cuyas conquistas hubieran sido imposibles para los hombres de la era anterior a él.

El primer gran triunfo de Poincaré (1889) en astronomía matemática se debió a un fracasado ataque al problema de *n* cuerpos. Para $n = 2$ el problema había sido completamente resuelto por Newton; el famoso problema de tres cuerpos $(n = 3)$ será mencionado más tarde; cuando *n* supera a tres, algunas de las reducciones aplicables al caso n = 3 pueden ser realizadas.

Según la ley newtoniana de la gravitación, dos partículas de masas *m, M* a la distancia *D*, se atraen entre sí con una fuerza proporcional

$$a\frac{m \times M}{D^2}$$

Imaginemos *n* partículas materiales distribuidas de cualquier manera en el espacio; las masas, los movimientos iniciados y la distancia recíproca de todas las partículas se suponen que son conocidas en un determinado instante. Si se atraen de acuerdo con la ley newtoniana, *¿cuáles serán sus posiciones y movimientos (velocidades) después de un determinado tiempo?* Para los propósitos de la astronomía matemática las estrellas de un grupo o de una galaxia o de un grupo de galaxias se pueden considerar como partículas materiales que se atraen de acuerdo con la ley newtoniana. El problema de *n* cuerpos se reduce, en una de sus aplicaciones, a preguntarse cuál será el aspecto del cielo dentro de un año o dentro de un billón de años, aceptándose que tenemos datos suficientes de observación para describir ahora la configuración general. El problema, como es natural, se complica extraordinariamente por la radiación, las masas de las estrellas no permanecen constantes durante millones de años; pero una solución completa del problema de *n* cuerpos en su forma newtoniana probablemente daría resultados de una exactitud suficiente para todos los fines humanos, la raza humana probablemente se extinguirá antes de que la radiación pueda provocar inexactitudes observables.

Este era sustancialmente el problema propuesto para el premio ofrecido por el rey Oscar II de Suecia, en 1887. Poincaré no resolvió el problema, pero en 1889 le fue otorgado el premio por un tribunal compuesto por Weierstrass, Hermite y Mittag-Leffler, como recompensa a su discusión general de las ecuaciones diferenciales de la dinámica y a su estudio sobre el problema de los tres cuerpos. Este último es de ordinario interés considerado como el caso más importante del problema de *n* cuerpos, pues la Tierra, la Luna y el Sol proporcionan un ejemplo del caso $n = 3$. A este respecto, Weierstrass escribía a Mittag-Leffler: "Podréis decir a vuestro soberano que esta obra no da la solución completa de la cuestión propuesta, pero, de todos modos, tiene tal importancia que su publicación inaugurará una nueva era en la historia de la mecánica celeste. El objeto que Su Majestad se proponía al plantear la cuestión puede, por tanto, considerarse que ha sido alcanzado". Para no ser menos que el rey de Suecia, el gobierno Francés hizo a Poincaré caballero de la Legión de Honor, una distinción menos generosa que las 2.500 coronas y la medalla de oro del rey sueco.

Ahora podemos referir algunas particularidades de la reciente historia del problema de los tres cuerpos. Desde los tiempos de Euler ha sido considerado como uno de los problemas más difíciles en todo el campo de la Matemática. Enunciado matemáticamente, el problema se reduce a resolver un sistema de nueve ecuaciones diferenciales simultáneas (todas lineales y de segundo orden). Lagrange consiguió reducir este sistema a uno más sencillo. Como la mayoría de los problemas físicos, la solución no hay que esperarla en términos *finitos; si existe una solución* será dada por *series infinitas.* La solución existirá si esas series satisfacen las ecuaciones (formalmente) y además convergen para ciertos valores de las variables. La dificultad central es demostrar la convergencia. Hasta 1905 se habían encontrado diversas soluciones especiales, pero no se pudo demostrar la existencia de alguna que pudiera ser llamada general.

En 1906 y 1909 se produjo un considerable avance en el lugar donde menos se esperaba: un país que los refinados europeos todavía consideran hoy como relativamente civilizado, especialmente por su terca costumbre de pagar sus deudas, y que muchos americanos despreciaban, creyendo que se hallaba en las mismas condiciones que en la Edad de Piedra, hasta que Paavo Nurmi corrió en los Estados Unidos. Exceptuando tan solo el caso raro en que los tres cuerpos chocan simultáneamente, Karl Frithiof Sundman, de Helsingfors, utilizando métodos analíticos debidos al italiano Levi-Civita y al francés Painlevé, con una ingeniosa modificación original, *demostró* la existencia de una solución en el sentido antes descrito. La solución de Sundman no se adapta al cálculo numérico ni tampoco proporciona muchas informaciones referentes al verdadero movimiento, pero este no es el punto que aquí interesa: un problema que no se creía fuera soluble, resultaba que lo es. Muchos se han esforzado desesperadamente en demostrar esto. Cuando la prueba fue dada, no faltó quien se apresuró a señalar que Sundman no había hecho nada de particular, pues no había resuelto más problema que el planteado. Este tipo de crítica es tan común en Matemática como en literatura y en arte, y muestra, una vez más, que los matemáticos son seres humanos como cualesquiera otros.

La obra más original de Poincaré en astronomía matemática queda resumida en su gran tratado *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste* (tres volúmenes, 1892, 1893, 1899). Este tratado fue seguido por otra obra en tres volúmenes (1905, 1910) de una naturaleza de más inmediata utilidad, *Leçons de mécanique céleste, y un* poco más tarde por la publicación de su curso de conferencias *Sur les* *figures d'équilibre d'une masse fluide,* y de un libro de crítica histórica *Sur les hypothéses cosmogoniques.*

De la primera de estas obras, Darboux (secundado por muchos otros) declara que inicia, en efecto, una nueva era en la mecánica celeste, y que es comparable a la *Mécanique céleste* de Laplace, y a la primera obra de D'Alembert sobre la precesión de los equinoccios. Darboux dice: "Siguiendo el camino de la mecánica analítica abierto por Lagrange... Jacobi estableció la teoría que parecía ser una de las más completas en la dinámica. Durante cincuenta años vivimos de los teoremas del ilustre matemático alemán, que los aplicó y estudió desde todos los puntos de vista, pero sin añadir nada esencial. Fue Poincaré quien conmovió por primera vez estas rígidas estructuras donde la teoría parecía estar encastillada; abriendo nuevas perspectivas y nuevas ventanas al mundo externo. Introdujo o utilizó, en el estudio de los problemas dinámicos, diferentes conceptos: El primero, que ha sido mencionado antes, y que, de todos modos, no es aplicable únicamente a la mecánica, consiste en las *ecuaciones de variación, o* sea ecuaciones diferenciales lineales que determinan soluciones de un problema muy cercano a una solución dada; el segundo, el de los *invariantes integrales,* que pertenecen enteramente a él y desempeñan un papel capital en estas investigaciones. Nuevos conceptos fundamentales pueden añadirse a estos, especialmente los referentes a las soluciones llamadas periódicas, según las cuales los cuerpos cuyo movimiento es estudiado vuelven después de cierto tiempo a sus posiciones iniciales y a sus velocidades relativas originales".

Esto último inició un nuevo y completo campo de la Matemática, la investigación de las *órbitas periódicas:* dado un sistema de planetas o de estrellas, con una completa determinación de las posiciones iniciales y de las velocidades relativas de todos los miembros del sistema en una cierta época, se quiere determinar en qué condiciones el sistema volverá a su estado inicial en una época posterior, y cómo continuará repitiendo indefinidamente el ciclo de sus movimientos. Por ejemplo, ¿es el sistema solar de este tipo recurrente?, o si no lo es, ¿estará aislado y no sometido a perturbaciones por la acción de los cuerpos externos? No hay ni que decir que el problema general no ha sido aun completamente resuelto.

Gran parte de las investigaciones astronómicas de Poincaré fue más bien cualitativa que cuantitativa, como corresponde a un hombre guiado por la intuición, y esta característica le condujo, como a Riemann, al estudio del Análisis situs. Sobre este tema publicó seis famosas memorias que revolucionaron la cuestión, tal como se planteaba en su época. El trabajo sobre el Análisis situs, a su vez, fue fácilmente aplicado a la Matemática de la astronomía.

Ya hemos aludido a la obra de Poincaré sobre el problema de los cuerpos fluidos en rotación de manifiesta importancia en cosmogonía, donde se acepta que si los planetas fueran suficientemente iguales, tales cuerpos podrían ser considerados como si realmente lo fueran sin incurrir en absurdos. Tenga o no importancia esta cuestión para la matemática del problema, es indudable que tiene interés por sí misma. Algunos párrafos de los trabajos de Poincaré indicarán más claramente que cualquier otra aclaración la naturaleza de la Matemática que él introdujo en esta difícil cuestión.

"Imaginemos un cuerpo fluido (en rotación) que se contrae por enfriamiento, pero con suficiente lentitud para permanecer homogéneo y para que la rotación sea la misma en todas sus partes.

"Al principio la forma será aproximadamente la de una esfera, y la figura de esta masa se hará un elipsoide de revolución que se aplastará cada vez más hasta que en un cierto momento se transformará en un elipsoide con tres ejes desiguales. Más tarde la figura cesará de ser un elipsoide y tomará forma de pera, hasta que al fin la masa, estrangulándose cada vez más, se separará en dos cuerpos diferentes y desiguales.

"La hipótesis precedente seguramente no puede ser aplicada al sistema solar. Algunos astrónomos han pensado que puede ser verdadera para ciertas estrellas dobles, y que las estrellas dobles del tipo de la Beta de la Lira pueden presentar formas de transición análogas a aquellas de que hemos hablado".

Luego sugiere hacer una aplicación a los anillos de Saturno, y pretende haber demostrado que los anillos sólo pueden ser estables si su densidad supera 1/16 de la de Saturno. Podemos recordar que estas cuestiones no quedaron completamente establecidas hasta el año 1935. En particular, un ataque matemático más drástico sobre el pobre y anciano Saturno pareció demostrar que no había sido vencido por los grandes matemáticos, incluyendo a Clerk Maxwell, que le habían sometido a estudio en los últimos setenta años. Una vez más debemos dejar el banquete apenas gustados algunos platos, y pasar a la voluminosa obra de Poincaré en física matemática. Aquí su estrella no fue tan buena. Hubiera podido aprovechar su magnífico talento de haber nacido treinta años más tarde, o si hubiera vivido 20 años más. Tuvo la desgracia de actuar cuando la física había llegado a uno de sus repetidos remansos y Poincaré se hallaba totalmente saturado con las teorías del siglo XIX cuando la física comenzó a recobrar su juventud después de que Planck, en 1900, y Einstein, en 1905, realizaron la difícil y delicada operación de injertar al cuerpo decrépito su primer par de nuevas glándulas, y por ello Poincaré apenas pudo hacer otra cosa que digerir el milagro antes de su muerte en 1912. Durante toda su vida Poincaré parecía absorber los conocimientos a través de sus poros sin un esfuerzo consciente. Como Cayley, no sólo fue un creador fecundo, sino también un profundo erudito. Su campo de acción era probablemente más amplio que el de Cayley, pues Cayley jamás pretendió comprender todo lo que se estaba haciendo en su época en Matemática aplicada. Esta erudición única puede haber sido una desventaja al tratarse de una cuestión de ciencia viva opuesta a la clásica.

Todo lo que se cocía en el puchero de la física era comprendido instantáneamente por Poincaré, que hacía de tales resultados el tema de sus investigaciones puramente matemáticas. Cuando fue inventada la telegrafía sin hilos, estudió el problema y planteó su matemática. Mientras otros ignoraban la obra de Einstein sobre la teoría (especial) de la relatividad o la consideraban como una simple curiosidad, Poincaré ya estaba atareado con su matemática, y fue el primer hombre de ciencia de prestigio que comprendió lo que era Einstein y la significación de la nueva era que él preveía aunque ya no pudiera intervenir Lo mismo ocurrió cuando Planck formuló su teoría de los cuantos. Las opiniones, como es natural, difieren, pero a la distancia se comienza a comprender que la física matemática fue para Poincaré lo que Ceres para Gauss, y aunque Poincaré cumplió en el campo de la física matemática una labor, suficiente para labrar la reputación de media docena de hombres, no era una cuestión para la que hubiera nacido, y la ciencia habría logrado aún más de él de haberse dedicado simplemente a la Matemática pura. En efecto, sus trabajos astronómicos no son nada extraordinarios. Pero la ciencia ya había sido bien servida, y un hombre del genio de Poincaré puede tener sus diversiones.

Pasemos ahora a la última fase de la universalidad de Poincaré, para la que tenemos espacio: su interés por la racionalización de la creación matemática. En 1902 y 1904, el periódico matemático suizo *L'Enseignement Mathématique* abrió una encuesta para conocer los hábitos de trabajo de los matemáticos. Se enviaron cuestionarios a buen número de matemáticos, de los cuales respondió un centenar. Las respuestas a las preguntas y un análisis de las opiniones generales fueron publicadas, finalmente, en 1912[4]. (quien desee penetrar en la "psicología de los matemáticos" encontrará muchas cosas interesantes en esta obra única, y numerosas confirmaciones de los conceptos a que Poincaré había llegado independientemente antes de conocer los resultados del cuestionario. Algunos puntos de interés general pueden ser referidos antes de citar las opiniones de Poincaré.

El interés precoz por la Matemática de quienes más tarde llegaron a ser grandes matemáticos ya ha sido frecuentemente mencionado en los capítulos anteriores. A la pregunta "¿en qué período... y en qué circunstancias empezó usted a ocuparse de la Matemática?" 93 replicaron a la primera parte. De ellos 35 dijeron que antes de los 10 años; 43 entre los 11 y los 15; 11 entre los 16 y los 18; 3 entre los 19 y 20, existiendo un rezagado que comenzó a los 26.

*Además, quien tenga amigos matemáticos se habrá dado cuenta de que algunos de ellos gustan trabajar en las horas de la mañana (conozco un matemático muy distinguido que comenzaba su labor a la inhumana hora de las cinco de la madrugada), mientras otros no hacen nada hasta después del crepúsculo. Las contestaciones a este punto indican una curiosa tendencia, posiblemente significativa, aunque existen numerosas excepciones: los matemáticos de las razas del norte prefieren trabajar por la noche; en cambio los latinos prefieren la mañana. Entre los trabajadores nocturnos la prolongada concentración provoca muchas veces insomnio, y por ello, al pasar los años, se ven obligados, aunque con repugnancia, a trabajar por las mañanas. Félix Klein, que trabajaba día y noche cuando era joven,*

---

[4] *Enquête de "L'Enseignement Mathématique" sur la méthode de travail des mathématiciens".* Publicada también en forma de libro (8 + 137 págs.), por Gauthier-Villars. París

*indicó una vez una forma posible de resolver esta dificultad. Uno de sus discípulos americanos se quejaba de no poder dormir pensando en la Matemática: "¿No podéis dormir?, replicó Klein: ¿para qué está el cloral?" Sin embargo, este remedio no puede ser recomendado, y probablemente no habrá sido ajeno al trágico derrumbe de Klein.*

Probablemente, la parte más importante de las respuestas se refería a si debe darse la preferencia a la inspiración o al trabajo tenaz como fuente de los descubrimientos matemáticos. La conclusión es que "los descubrimientos matemáticos, pequeños o grandes... jamás han nacido por generación espontánea. Siempre presuponen un terreno sembrado de conocimientos preliminares y bien preparado por el trabajo, consciente y subconsciente".

Quienes, como Thomas Alva Edison, declaran que el genio es 99 de transpiración y 1 % de inspiración no son contradichos por quienes inviertan las cifras; ambos, tienen razón. Hay quienes insisten sobre el trabajo tenaz, otros lo olvidan completamente con la emoción del descubrimiento aparentemente repentino, pero ambos, cuando analizan sus impresiones admiten que sin el intenso trabajo y sin un destello de "inspiración", no se habría hecho el descubrimiento. Si bastase el trabajo, ¿cómo es que muchos glotones de la áspera labor, que parecen conocer todo lo que se ha escrito acerca de alguna rama de la ciencia y son excelentes críticos y comentadores, ,jamás llegan a hacer un descubrimiento? En cambio, quienes creen en la "inspiración" como el único factor en el descubrimiento o la invención, científica o literaria, pueden encontrar muy instructivo el examen de algunas de las primeras redacciones de los poemas "completamente espontáneos" de Shelley, que han sido conservadas y reproducidas, o leer las versiones sucesivas de cualquiera de las grandes novelas con que Balzac amargaba a su enloquecido editor.

Poincaré expone sus conceptos sobre el descubrimiento matemático en un ensayo publicado en 1908 y reproducido en su *Science et Méthode.* La génesis del descubrimiento matemático, dice, es un problema que podría interesar profundamente a los psicólogos, pues es la actividad en la que la mente humana parece deber menos al mundo externo, y comprendiendo el proceso del pensamiento matemático podemos llegar a lo que hay más esencial en la mente del hombre.

¿Cómo es posible, se pregunta Poincaré, que existan personas que no comprenden la Matemática? "Esto nos sorprendería, o más bien podría sorprendernos si no estuviéramos habituados a ello". Si la Matemática está basada únicamente sobre las reglas de la lógica, como todas las mentes normales aceptan y sólo algún loco niega (según Poincaré), ¿cómo es posible que haya muchas personas impermeables a la Matemática? A esto podría responderse que no se han emprendido experimentos demostrativos de que la incompetencia matemática sea lo normal en el ser humano.

"Y además, pregunta Poincaré, ¿cómo es posible el error en Matemática?" Alexander Pope responde: "Errar es humano", lo cual es una solución tan poco satisfactoria como cualquier otra. La química del sistema digestivo puede tener alguna relación con todo esto, pero Poincaré prefiere una explicación más sutil, que no puede ser comprobada alimentando el "cuerpo vil" con haxix y alcohol.

"La respuesta me parece evidente" declara Poincaré. La lógica tiene muy poco que ver con el descubrimiento o la invención, y la memoria interviene con sus ardides. La memoria, sin embargo, no es tan importante como parecería. Su propia memoria, confiesa Poincaré, era mala: ¿"Por qué entonces no me ha abandonado en un difícil razonamiento matemático en que la mayor parte de los jugadores de ajedrez (cuya memoria se supone excelente) se perderían? Evidentemente debido a que era guiado por el curso general del razonamiento. Una demostración matemática no es una simple yuxtaposición de silogismos; trátase de silogismos *dispuestos en cierto orden, y el* orden es más importante que los elementos mismos". Si se tiene la "intuición" de este orden la memoria no hace falta, pues cada silogismo va tomando automáticamente su lugar en la sucesión.

La creación matemática, sin embargo, no consiste simplemente en hacer combinaciones de cosas ya conocidas: "Cualquiera puede hacer esto, pero las combinaciones así practicadas serían infinitas en número, y la mayor parte de ellas completamente desprovistas de interés: Crear consiste precisamente en evitar las combinaciones inútiles y realizar aquellas que son útiles y que constituyen tan sólo una pequeña minoría. Invención es discernimiento, selección". Pero, ¿no se ha repetido esto mismo millares de veces? ¿Qué artista no sabe que la selección, un algo intangible, es uno de los secretos del triunfo? Estamos exactamente donde nos hallábamos antes de que la investigación comenzara.

Para concluir esta parte de las observaciones de Poincaré podemos señalar que mucho de lo que dijo está basado sobre una suposición que podrá ser cierta, pero para la cual no existe una partícula de prueba científica. Simplemente acepta que muchos de los seres humanos son matemáticamente imbéciles. Aunque se aceptara esto, no necesitamos admitir sus teorías puramente románticas. Pertenecen a la literatura inspirada y no a la ciencia. Pasando a otras cosas menos discutidas, citaremos los famosos párrafos en que Poincaré describe cómo se produjo en él una de sus más grandes "inspiraciones". Nos referimos a su teoría de la creación matemática. Dejaremos al lector que juzgue por sí mismo.

Poincaré señala que no es necesario que sean comprendidos los términos técnicos para seguir su narración. Lo que tiene interés para el psicólogo no es el teorema, sino las circunstancias.

"Durante 15 días luché para demostrar que no pueden existir funciones análogas a aquellas que yo llamé desde entonces funciones fuchsianas; entonces era muy ignorante. Todos los días me sentaba ante la mesa de trabajo, donde permanecía una hora o dos. Intentaba gran número de combinaciones y no llegaba a ningún resultado. Una noche, contra de mi costumbre, tomé café negro. No pude dormir, y las ideas invadían mi mente, pareciendo que chocaban, hasta que, por así decir, un par de ellas se reunieron para formar una combinación estable. Por la mañana establecí la existencia de una clase de funciones fuchsianas, derivadas de las series hipergeométricas. Tan sólo tuve que escribir los resultados, lo que me llevó algunas horas.

"Luego deseé representar esas funciones por el cociente de dos series; esta idea era perfectamente consciente y elaborada; la analogía con las funciones elípticas me guiaba. Me pregunté cuáles debían ser las propiedades de estas series si es que existían, y sin dificultad construí las series que llamé thetafuchsianas.

"Más tarde dejé Caen, donde estaba viviendo a la sazón, para participar en un viaje geológico organizado por la Escuela de Minas. La preparación del viaje me hizo olvidar mis trabajos matemáticos. Llegado a Coutances tomamos un ómnibus para realizar una excursión. En el instante de poner el pie en el estribo surgió una idea al parecer desligada de mis pensamientos anteriores que me habían preparado para ella, la de que las transformaciones que había usado para definir las funciones fuchsianas eran idénticas a las de la Geometría no euclidiana. No realicé la comprobación, pues no tenía el tiempo necesario, y en el ómnibus reanudé una conversación interrumpida; pero, a pesar de ello, tuve la sensación de su certeza. Al volver a Caen comprobé los resultados para satisfacer mi conciencia.

"Entonces emprendí el estudio de ciertas cuestiones aritméticas sin progresar aparentemente, y sin sospechar que tales cuestiones podrían tener alguna relación con mis estudios anteriores. Disgustado con los resultados obtenidos deseé pasar algunos días a orillas del mar, pensando en alguna otra cosa. Un día, mientras paseaba por la costa, surgió la idea con las mismas características de espontaneidad, brevedad y seguridad absoluta, la de que las transformaciones de las formas cuadráticas ternarias indefinidas eran idénticas a las de la Geometría no euclidiana.

"Al volver a Caen reflexioné sobre este resultado y deduje sus consecuencias; el ejemplo de las formas cuadráticas me mostraba que existían otros grupos fuchsianos aparte de los correspondientes a las series hipergeométricas. Vi que podía aplicarlos a la teoría de las funciones thetafuchsianas, y que por tanto existían funciones thetafuchsianas diferentes de las derivadas de las series hipergeométricas, las únicas que yo conocía hasta entonces. Como es natural, me entregué a la tarea de construir todas estas funciones. Llevé a cabo una serie sistemática y, una después de otra, fueron cayendo vencidas. Existía, sin embargo, una que aun se mantenía, y cuya caída irse llevaría a la conquista de toda la posición. Pero todos mis esfuerzos tan sólo sirvieron para familiarizarme con la dificultad que era sin duda importante. Toda esta obra fue perfectamente consciente.

"En este momento me dirigí a Mont-Valérien, donde tenía que prestar mi servicio militar. Me veía, pues, sometido a diferentes preocupaciones. Un día, mientras cruzaba el bulevar, se me apareció repentinamente la solución de la dificultad que me había detenido. No comencé a trabajar inmediatamente, y sólo después de terminado mi servicio militar me dediqué a la cuestión. Tenía todos los elementos, y sólo necesitaba reunirlos y ordenarlos. Así pude escribir mi memoria definitiva de un tirón y sin dificultad".

Otros muchos ejemplos de este tipo podían encontrarse en su obra, así como en la obra de otros matemáticos, como puede verse en *L'Enseignenaent Mathématique.* De sus experiencias deduce que esta "iluminación repentina es un signo manifiesto de un largo trabajo subconsciente anterior". Y Poincaré procede a elaborar su teoría de la mente subconsciente y de su intervención en la creación matemática. La obra consciente es necesaria, como una especie de disparador que hace explotar la dinamita acumulada que el subconsciente ha estado acumulando. No emplea estas palabras, pero lo que dice significa lo mismo. Mas, ¿qué se gana para la explicación racional si siguiendo a Poincaré encomendamos a la mente subconsciente las actividades que deseamos emprender? Dotar a este misterioso agente con un tacto hipotético que le capacite para discriminar entre las "extraordinariamente numerosas" combinaciones posibles presentadas para su examen, y tranquilamente decir que el "subconsciente" rechaza todas excepto las combinaciones "útiles" debido a que tiene un sentimiento de simetría v de belleza, resulta tan sospechoso como resolver el problema inicial dándole un nombre más expresivo. Quizá sea esto lo que Poincaré supone, pues él definió una vez la Matemática como el arte de dar el mismo nombre a diferentes cosas; de modo que aquí podría haber redondeado la misma cosa. Parece extraño que un hombre que podía quedar satisfecha con tal "psicología" de la invención matemática fuese completamente escéptico en cuestiones religiosas. Después del brillante desliz de Poincaré en la psicología, se puede permitir a los escépticos que no crean en nada.

Durante la primera década del siglo XX la fama de Poincaré aumentó con rapidez, y fue considerado, especialmente en Francia, como un oráculo en todas las cuestiones matemáticas. Sus opiniones sobre toda clase de cuestiones, desde la política a la ética, eran ordinariamente rectas y breves, siendo aceptadas por la mayoría. Como sucede casi invariablemente después de la muerte de un gran hombre, la asombrosa reputación de Poincaré durante su vida pasó por un período de eclipse parcial en la década siguiente. Pero su intuición para lo que probablemente iba a ser de interés para la generación venidera ha quedado justificada. Para citar un ejemplo, entre muchos, diremos que Poincaré fue un vigoroso opositor a la teoría de que toda la Matemática se podía escribir con los conceptos más elementales de la lógica clásica; algo más que la lógica se necesita para producir la Matemática. Aunque no fue tan lejos como va la escuela intuicionista, parece haber creído que, al menos, algunos conceptos matemáticos preceden a la lógica; y si una ciencia se deriva de la otra, es la lógica la que procede de la Matemática, y no al contrario.

Salvo la enfermedad que le atormentó durante sus últimos cuatro años, la atareada vida de Poincaré fue tranquila y feliz. Todas las sociedades doctas del mundo le colmaron de honores, y en 1906, teniendo 52 años, alcanzó la más alta distinción posible a un hombre de ciencia francés, la presidencia de la Academia de Ciencias. Ninguno de estos honores modificó su carácter, y Poincaré siguió siendo humilde y sencillo. Sabía que no tenía rival en los años de su madurez, pero también podía decir, sin una sombra de afectación, que no sabía nada comparado con lo que podía saber. Tuvo un matrimonio feliz del que nacieron un hijo y tres hijas que le proporcionaron una gran dicha, especialmente durante su infancia. Su mujer era biznieta de Étienne Geoffroy Saint-Hilaire, el enemigo del belicoso anatómico Cuvier. Una de las pasiones de Poincaré era la música sinfónica.

Durante el Congreso Matemático Internacional de 1908, celebrado en Roma, Poincaré no pudo leer, debido a una enfermedad, su interesante (aunque prematuro) discurso sobre *El futuro de la física matemática.* Padecía hipertrofia de la próstata, de la que fue tratado por los cirujanos italianos, y pensó que había quedado completamente curado. Al volver a París reanudó su labor tan enérgicamente como antes. Pero en 1911 comenzó a tener el presentimiento de que no viviría mucho, y el 9 de diciembre escribió al editor de una revista matemática preguntándole si aceptaría un trabajo no terminado, contrariamente a la costumbre corriente, sobre un problema que Poincaré consideraba de la mayor importancia: "...a mi edad quizá no me sea posible resolverlo, pero los resultados obtenidos, capaces de llevar a muchos investigadores por nuevos e inesperados caminos, me parecen llenos de promesas, a pesar de las desilusiones que me han causado, y no me puedo resignar a sacrificarlos..." Empleó la mayor parte de dos estériles años intentando vencer sus dificultades.

Una prueba del teorema que se planteaba le había capacitado para hacer un notable progreso en el problema de los tres cuerpos, en particular le había permitido demostrar la existencia de una infinidad de soluciones periódicas en casos más generales que los hasta entonces considerados. La prueba deseada fue obtenida poco después de la publicación de la "Sinfonía Inconclusa" de Poincaré por un joven matemático americano, George David Birkhoff (1884).

En la primavera de 1912 Poincaré recayó en su enfermedad, siendo sometido a una segunda operación el 9 de julio. La operación dio buen resultado, pero el 17 de julio, Poincaré murió repentinamente de una embolia, mientras le estaban curando. Tenía 59 años y se hallaba en la cima de su capacidad, "el cerebro viviente de las ciencias racionales", según las palabras de Painlevé.