1. TEMA 01: Fracciones y números decimales

Ejercicio 1 *Escribe al lado de cada número si es natural, entero, racionales o irracionales. Recuerda que un mismo número puede ser de distintos tipos a la vez.*

Valor	*Tipo de Número*
3/2	*Racional*
$\sqrt{3}$	*Irracional*
-6	*Entero y racional*
1.5	*Racional*

Ejercicio 2 *Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones* reduciéndolas a común denominador .

$$\frac{4}{7}, \frac{6}{5}, \frac{16}{17}, \frac{12}{11}$$

solución

Se tiene que mcm(7,5,17,11)=6545. Si reducimos a común denominador:

$\frac{4}{7} = \frac{3740}{6545}, \frac{6}{5} = \frac{7854}{6545}, \frac{16}{17} = \frac{6160}{6545}, \frac{12}{11} = \frac{7140}{6545}$. La ordenación pedida es $\frac{4}{7} \leq \frac{16}{17} \leq \frac{12}{11} \leq \frac{6}{5}$

Ejercicio 3 *Efectúa las siguientes operaciones con fracciones, simplificando el resultado si se puede.*

a) $\frac{2}{5} + \frac{3}{25} + \frac{4}{12} = \frac{120}{300} + \frac{36}{300} + \frac{48}{300} = \frac{204}{300} = \frac{51}{75}$

b) $\frac{-8}{5} + \frac{-2}{7} : \frac{7}{3} = -\frac{8}{5} - \frac{6}{49} = \frac{-392}{245} - \frac{30}{245} = -\frac{424}{245}$

Ejercicio 4 *Expresa en forma de fracción:*

2,3= $\frac{23}{10}$

0,25= $\frac{25}{100}$

1,003= $\frac{1003}{1000}$

1,31= $\frac{131}{100}$

Ejercicio 5 *Expresa en forma de fracción:*

a) $2,\widehat{331} = \frac{2331 - 2}{999} = \frac{2329}{999}$

b) $10,134\widehat{21} = \frac{1013421 - 10134}{99000} = \frac{1003287}{99000} = \frac{334429}{33000}$

Ejercicio 6 *Calcula pasando primero a fracción cada termino de las operaciones. El resultado debe de ser una única fracción. No es necesario simplificar el resultado.*

a) $3,\widehat{13}+2,5=\dfrac{313-3}{99}+\dfrac{25}{10}=\dfrac{310}{99}+\dfrac{5}{2}=\dfrac{620}{198}+\dfrac{495}{198}=\dfrac{1105}{198}$

b) $13,5\widehat{32}+10,\widehat{8}=\dfrac{13532-135}{990}+\dfrac{108-10}{9}=\dfrac{13397}{990}+\dfrac{98}{9}=\dfrac{13397+153780}{990}=\dfrac{167177}{990}$

Ejercicio 7 *Calcula teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones. No es necesario simplificar el resultado.*

$$\frac{3}{8}\left[3-\frac{3}{5}-\left(\frac{17}{20}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{3}-3\right)\right]$$

solución

$\dfrac{3}{8}\left[3-\dfrac{3}{5}-\left(\dfrac{17}{20}-1\right)\cdot\left(\dfrac{1}{3}-3\right)\right]=\dfrac{3}{8}\left[3-\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{20}\left(-\dfrac{8}{3}\right)\right]=\dfrac{3}{8}\left(3-\dfrac{3}{5}-\dfrac{24}{60}\right)=\dfrac{3}{8}\left(3-\dfrac{3}{5}-\dfrac{2}{5}\right)=$
$=\dfrac{3}{8}\cdot 2=\dfrac{3}{4}$

Ejercicio 8 *Mi hermano pequeño ha comprado un ordenador y un amigo le ha regalado 42 juegos. De estos juegos, los* $\frac{2}{3}$ *son de acción,* $\frac{2}{7}$ *son juegos de estrategias y rol, y el resto de cultura general. ¿Cuántos juegos le regaló de cada tipo exactamente?*

Solución

$\frac{2}{3}$ *de 42 = 28 juegos de acción*

$\frac{2}{7}$ *de 42 = 12 juegos de estrategias y rol*

Quedan 42-(28+12) = 2 juegos de cultura general.

Ejercicio 9 *Una bolsa de mezcla de frutos secos de 500 g está compuesta por* $\frac{2}{5}$ *de pipas,* $\frac{4}{25}$ *de kikos y el resto de cacahuetes. ¿Qué fracción tiene de cacahuetes? ¿Cuántos gramos hay de cada fruto seco?*

Solución

$\frac{2}{5}$ *de 500 = 200 g de pipas*

$\frac{4}{25}$ *de 500 = 80 g de kikos*

Quedan 500-(200+80) = 220 g de cacahuetes, que suponen $\frac{220}{500}=\frac{2}{5}$ *del total de frutos secos*

2. TEMA 02: Exponentes y radicales

Ejercicio 10 *Expresa como potencias de 3:*

a) 729. ***Solución*** $729 = 3^6$

b) $243 =$. ***Solución*** $729 = 3^5$

c) $\dfrac{1}{510} =$. *Se tiene que* $510 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$, *es imposible poner la fracción como potencia de 3*

d) $\sqrt[3]{9^7} =$. ***Solución*** $\sqrt[3]{9^7} = \sqrt[3]{3^{14}} = 3^{14/3}$

Ejercicio 11 *Reduce a una única potencia:*

a) $\sqrt[3]{4^2} =$. ***Solución*** $\sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{2^4} = 2^{4/3}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{25^7}} =$. ***Solución*** $\sqrt[3]{\sqrt[3]{25^7}} = \sqrt[9]{5^{14}} = 5^{14/9}$

c) $\dfrac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}} =$. ***Solución*** $\dfrac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}} = \dfrac{2^{-2}}{2^{-4}} = 2^2 = 4$

d) $\left(\sqrt[5]{5^2}\right)^3 =$. ***Solución*** $\left(\sqrt[5]{5^2}\right)^3 = \sqrt[5]{5^6} = 5^{6/5}$

Ejercicio 12 *Escribe en notación científica:*

a) $42.000.000 =$. ***Solución*** $42.000.000 = 42 \cdot 10^6$

b) $0,000124 =$. ***Solución*** $0,000124 = 124 \cdot 10^{-6}$

c) $40.025.000 =$. ***Solución*** $40.025.000 = 40'025 \cdot 10^3$

d) $0,03001 =$. ***Solución*** $0,03001 = 3001 \cdot 10^{-5}$

Ejercicio 13 *Efectúa expresando el resultado como un producto de base 10:*

a) $5,5 \cdot 10^5 - 2,1 \cdot 10^7$. ***Solución*** $5,5 \cdot 10^5 - 2,1 \cdot 10^7 = 0'055 \cdot 10^7 - 2'1 \cdot 10^7 = 2'045 \cdot 10^7$

b) $32,1 \cdot 10^6 + 0,426 \cdot 10^8$. ***Solución*** $32,1 \cdot 10^6 + 0,426 \cdot 10^8 = 32,1 \cdot 10^6 + 42,6 \cdot 10^6 = 74,7 \cdot 10^6$

c) $(3,2 \cdot 10^2) \cdot (5,6 \cdot 10^6)$. ***Solución*** $(3,2 \cdot 10^2) \cdot (5,6 \cdot 10^6) = 3,2 \cdot 5,6 \cdot 10^8 = 17,92 \cdot 10^8$

c) $(13 \cdot 10^{12}) : (32,1 \cdot 10^6)$. ***Solución*** $(13 \cdot 10^{12}) : (32,1 \cdot 10^6) = \dfrac{130}{321} \cdot 10^6$

Ejercicio 14 *Extrae fuera del radical cuando sea posible. Puedes factorizar el radicando si fuera posible:*

a) $\sqrt[2]{3^4 \cdot 7^9}$. ***Solución*** $\sqrt[2]{3^4 \cdot 7^9} = \sqrt{(3^2)^2 \cdot (7^3)^2 \cdot 7} = 3^2 \cdot 7^3\sqrt{7}$

b) $\sqrt[3]{3^4 \cdot 7^9}$. ***Solución*** $\sqrt[3]{3^4 \cdot 7^9} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3 \cdot (7^3)^3} = 3 \cdot 7^3\sqrt[3]{3}$

c) $\sqrt[3]{972}$. ***Solución*** $\sqrt[3]{972} = \sqrt[3]{2^2 \cdot 3^5} = 3\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2} = 3\sqrt[3]{36}$

d) $\sqrt[4]{3600}$. ***Solución*** $\sqrt[4]{3600} = \sqrt[4]{3600} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 2\sqrt[4]{(3 \cdot 5)^2} = 2\sqrt{15}$

Ejercicio 15 *Simplifica las expresiones que puedas. Puedes factorizar el radicando si fuera posible:*

a) $5\sqrt[3]{3^4}+12\sqrt[3]{3^4}-7$. ***Solución*** $5\sqrt[3]{3^4}+12\sqrt[3]{3^4}-7=15\sqrt[3]{3}+36\sqrt[3]{3}-7=51\sqrt[3]{3}-7$

b) $5\sqrt[2]{2}-3\sqrt[3]{12}+5\sqrt[2]{2^2}$. ***Solución*** $5\sqrt[2]{2}-3\sqrt[3]{12}+5\sqrt[2]{2^2}=5\sqrt{2}-3\sqrt[3]{12}+10$

c) $3+5\sqrt[3]{54}-3\sqrt[3]{2}$. ***Solución*** $3+5\sqrt[3]{54}-3\sqrt[3]{2}=3+15\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{2}=3+12\sqrt[3]{2}$

d) $5\sqrt[2]{2}-3\sqrt[2]{12}$. ***Solución*** $5\sqrt[2]{2}-3\sqrt[2]{12}=5\sqrt{2}-6\sqrt{3}$

Ejercicio 16 *Simplifica las expresiones que puedas. Puedes factorizar el radicando si fuera posible:*

a) $\sqrt[3]{10^2}\cdot\sqrt[3]{3}$. ***Solución*** $\sqrt[3]{10^2}\cdot\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{300}$

b) $\sqrt[2]{24}:\sqrt[3]{12}=$. ***Solución*** $\sqrt[2]{24}:\sqrt[3]{12}=\sqrt[6]{24^3}:\sqrt[6]{12^2}=\sqrt[6]{\dfrac{2^3\cdot 12^3}{12^2}}=\sqrt[6]{2^5\cdot 3}=\sqrt[6]{96}$

c) $\sqrt[3]{54}:\sqrt[3]{2}$. ***Solución*** $\sqrt[3]{54}:\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{\dfrac{54}{2}}=\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{3^3}=3$

d) $5\sqrt[2]{2}-3\sqrt[2]{12}$. ***Solución*** $5\sqrt[2]{2}-3\sqrt[2]{12}=5\sqrt[2]{2}-6\sqrt[2]{2}=-\sqrt{2}$

Ejercicio 17 *Simplifica sacando de la raíz todos los factores posibles.*

$\sqrt[3]{-1331}$. ***Solución*** $\sqrt[3]{-1331}=-\sqrt[3]{11^3}=-3$

$\sqrt[3]{120a^3b^4}$. ***Solución*** $\sqrt[3]{120a^3b^4}=\sqrt[3]{2^3\cdot 3\cdot 5\cdot a^3\cdot b^3\cdot b}=2ab\sqrt[3]{3\cdot 5\cdot b}$

Ejercicio 18 *Descompón en factores y usa las propiedades de las potencias para simplificar esta expresión:*

$\dfrac{24^2\cdot 15^{-2}\cdot 6^4}{8^4\cdot 9^{-3}\cdot 3^{10}}$. ***Solución*** $\dfrac{24^2\cdot 15^{-2}\cdot 6^4}{8^4\cdot 9^{-3}\cdot 3^{10}}=\dfrac{\left(2^3\cdot 3\right)^2\cdot\left(3^2\right)^3\cdot(2\cdot 3)^4}{\left(2^3\right)^4\cdot(3\cdot 5)^2\cdot 3^{10}}=\dfrac{2^{10}\cdot\cancel{3^{12}}}{2^{12}\cdot\cancel{3^{12}}\cdot 5^2}=\dfrac{1}{100}$

Ejercicio 19 *Una de las fosas más grande del mundo se encuentra en Asia Central y tiene una profundidad de 9.000 metros. Recientemente en África se ha descubierto otra fosa con una profundidad de* $0,11\cdot 10^4$ *decámetros. ¿Cuál es la diferencia de profundidad entre ambas fosas? Expresa en notación científica y opera.*

Solución

$0,11\cdot 10^4$ *decámetros* $=0,11\cdot 10^5$ *metros=11000 metros. La diferencia de profundidad es de 2000 metros.*

3. TEMA 03: PROBLEMAS ARITMÉTICOS

Ejercicio 20 *Calcula el Error Absoluto y el Relativo de las siguientes dos cantidades:*

a)45.000 b) 3,1415 c) 0,142

Teniendo en cuenta que el error absoluto es el valor absoluto de la diferencia entre el valor que consideramos exacto y el valor medido, malamente vamos a poder calcular errores absolutos de las medidas que nos propone el texto si no se nos proporciona el valor exacto de esas medidas. Como el error relativo se calcula a partir del error absoluto, tampoco se va a poder calcular este error. El ejercicio está mal redactado

Ejercicio 21 *Una taza de agua eleva su temperatura en 7 C al estar 50 minutos al sol, ¿Cuántos grados se elevará después de 2 horas?*

De nuevo el ejercicio está mal redactado y lleva a confusión. No es cierto que la temperatura de un cuerpo sea directamente proporcional al tiempo en el que esté expuesto al sol. Por ejemplo, en invierno, si a las 16 h. tiene una determinada temperatura, dos horas después, a las 18 h. el cuerpo tiene una temperatura menor ya que ha anochecido

Ejercicio 22 *Un grupo de 20 granjeros debe ordeñar 4 vacas en 10 días. Si se les unen 5 granjeros más. ¿Cuántos días tardaran ordeñar todas las vacas?*

Solucion

El tiempo en ordeñar (y) es una función de proporcionalidad inversa del número de granjeros x, es decir $y = \frac{k}{x}$. *Sabemos que si* $x = 20 \Rightarrow y = 10$, *con lo que* $10 = \frac{k}{200} \Rightarrow k = 200$. *Si* $x = 25$, *el valor de y es* $y = \frac{200}{25} = 8$ *días*

Ejercicio 23 *¿Cuál será el precio por kilo de una mezcla de 4 kg de pintura verde y 3 kg de pintura blanca sabiendo que la pintura verde cuesta 12 € el kilogramo y la blanca 3€ el kilogramo?*

Solucion

$$\textit{El precio de la mezcla} = \frac{\textit{Coste total}}{\textit{Total de kilogramos}} = \frac{4 \cdot 12 + 3 \cdot 3}{4+3} = \frac{57}{7} = 8\frac{1}{7} \text{ €}$$

Ejercicio 24 *Cinco personas comparten lotería, con 10, 6, 12, 7 y 5 participaciones cada uno. Si han obtenido un premio de 18.000 € ¿Cuánto le corresponde a cada uno de ellos?*

Solucion

El número total de participaciones es $10 + 6 + 12 + 7 + 5 = 40$. *La cantidad de premio que corresponde a cada participación es* $\frac{18000}{40} = 450$ € . *El premio que corresponde a cada uno es:*

Participación	*Premio*
10	*4.500 €*
6	*2.700 €*
12	*5.400 €*
7	*3.150 €*
5	*2.250 €*

Ejercicio 25 *Un edificio, presupuestado inicialmente en dos millones y medio de euros, costó finalmente dos millones cien mil euros. ¿En qué tanto por ciento el coste real supuso un descuento del coste presupuestado?*

Solución

El porcentaje pedido se calcula con la expresión $|\frac{precio\ final - \ precio\ inicial}{precio\ inicial} \cdot 100| =$
$= \frac{400{,}000}{2{,}500{,}000} \cdot 100 = 16\,\%$

Ejercicio 26 *El precio de los tomates ha subido un 2,5 % y su precio es ahora 2,50 el kilo. ¿Cuál era el precio antes de la subida?*

Solución

Si x es el precio antes de la subida, $x + \frac{25x}{1000} = 2{,}50 \Rightarrow 1025x = 2500 \Rightarrow x = \frac{2500}{1025} = \frac{100}{41}$
€

Ejercicio 27 *Calcula el precio final de un lavavajillas que costaba originalmente 530 € y al que se le ha aplicado primero una subida del 21 % de IVA y luego un descuento del 15 %.*

Solución

Precio final $= 530 + (530 \cdot 1{,}15) \cdot 0{,}21 = 657{,}995$
El IVA no incrementa el precio, es un impuesto

Ejercicio 28 *En una determinada ciudad se reciclaron hace dos años 2.520 toneladas de vidrio. El año pasado, la cantidad reciclada disminuyó en un 6,3 %. Tras una serie de campañas de publicidad, este año se consiguió reciclar un 22,8 % más. ¿Cuánto vidrio se ha reciclado en este último año? ¿Cómo ha variado la cantidad de vidrio reciclado respecto del primer año?*

Solución

En el primer año se reciclan $2520 \cdot 0{,}937 = 2212{,}48188$ *toneladas. En el segundo año se reciclaron* $2212{,}48188 \cdot 1{,}228 = 2716{,}92774864$ *toneladas. La variación de la cantidad de vidrio reciclado respecto del primer año viene dada por* $\frac{2716,92774864 - 2520}{2520} = 0{,}078145932 =$
$= 7,8145932\,\%$

Ejercicio 29 *Se depositan 39.500 € a un 5 % de interés anual durante 12 años ¿Cuál será el capital final que obtendremos? ¿Cuánto habremos ganado?*

Solución

Capital final $= 39500(1 + 0{,}05)^{12} = 70{,}936'33$ €

4. TEMA 04: PROGRESIONES

Ejercicio 30 *Escribe el termino general una progresión aritmética de diferencia 3, sabiendo que el primero termino vale 7. Calcula* a_{20} *y la suma de sus veinte primeros términos.*

Solución

Término general $a_n = 7+(n-1)\cdot 3 = 3n+4$; $a_{20} = 7+19\cdot 3 = 64$; $S_{20} = \dfrac{(7+64)\cdot 20}{2} = 710$

Ejercicio 31 *Dada la siguiente progresión aritmética: 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ... Escribe su término general, el termino* a_{52} *y la suma de los 52 primeros términos.*

Solución

$a_n = 4 + (n-1)\cdot 2 = 2n+2$; $a_{52} = 2\cdot 52 + 2 = 106$; $S_{52} = \dfrac{(106+4)\cdot 52}{2} = 2860$

Ejercicio 32 *De una progresión aritmética conocemos los términos* $a_1 = 1$ *y* $a_{11} = 42$*, pero no su diferencia. Calcula* a_{10} *y la suma de sus 10 primeros términos.*

Solución

$a_{11} = a{-}1 + 10d \Rightarrow 42 = 1 + 10d \Rightarrow d = \dfrac{41}{10}$; $a_{10} = a11 - d = 42 - \dfrac{41}{10} = \dfrac{379}{420}$
$S_{10} = \dfrac{(1+379/420)\cdot 10}{2} = \dfrac{3995}{420}$

Ejercicio 33 *Escribe el termino general una progresión geométrica cuyo primer término es 12 y cuya razón es 1,5. Calcula* a_{10} *y la suma de sus 10 primeros términos.*

Solución

$a_{10} = 12\left(\dfrac{3}{2}\right)^9 = \dfrac{59049}{128}$
$S_10 = \dfrac{59049/128\cdot 3/2 - 12}{3/2 - 1} = \dfrac{174075}{128}$

Ejercicio 34 *Escribe el termino general una progresión geométrica cuyo primer término es 2 y cuya razón es 0,5. Calcula* a_{10} *y la suma de sus 10 primeros términos.*

Solución

$a_n = 2\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} = \dfrac{1}{2^{n-2}}$; $a_10 = \dfrac{1}{2^8} = \dfrac{1}{256}$; $S_{10} = \dfrac{2 - 1/256\cdot 1/2}{1 - 1/2} = \dfrac{1023}{256}$

Ejercicio 35 *De una progresión geométrica conocemos* $a_1 = 0,6$ *y* $a_3 = 2,4$ *pero no su razón. Escribe su término general, el termino* a_{10} *y la suma de sus 8 primeros términos.*

Solución

$a_3 = a_1^2 \Rightarrow r = \pm\sqrt{\frac{a_3}{a_1}} = \pm 2$

$Si\ r = 2 \Rightarrow a_{10} = 0{,}6 \cdot 2^9 = 307{,}2;\ a_8 = 0{,}6 \cdot 2^7 = 76{,}84;\ S_8 = \dfrac{76{,}84 \cdot 2 - 0{,}6}{2-1} = 153{,}08$

$Si\, r = -2 \Rightarrow a_{10} = 0{,}6{\cdot}(-2)^9 = -307{,}2;\ a_8 = 0{,}6{\cdot}(-2)^7 = -76{,}84;\ S_8 = \dfrac{-76{,}84 \cdot 2 - 0{,}6}{2-1} =$
$= -154{,}28$

5. TEMA 05. ÁLGEBRA I

Ejercicio 36 *Expresa algebraicamente:*

a) El doble de un numero de menos 2 unidades; ***Solución*** $2x - 2$

b) El doble del resultado de restarle 2 unidades a un número; ***Solución*** $2 \cdot (x - 2)$

c) El perímetro de un cuadrado de lado x; ***Solución*** $4x$

d) La suma de tres números consecutivos; ***Solución*** $x + x + 1 + x + 2 = 3x + 3 = 3(x + 1)$

Ejercicio 37 *Completa la siguiente tabla sobre monomios:*

Monomio	*Literal*	*Coeficiente*	*Grado*
$4x^3y^2$	x^3y^2	*4*	5
$2x^3z$	x^3z	*2*	*4*

Ejercicio 38 *Completa la siguiente tabla sobre polinomios:*

Polinomio	*Literal*	*Coeficiente*	*Grado*
$3zy + xy^2$	*Absurdo*	*Absurdo*	*3*
$8xy + 3z^3y + 3$	*Absurdo*	*Absurdo*	*4*

Solución

Es absurdo y no tiene sentido preguntar por la parte literal y el coeficiente de un polinomio. Esos conceptos se relacionan con monomios. Se podria preguntar por la parte literal y el coeficiente de cada término (monomio que forma el polinomio)

Ejercicio 39 *Opera los siguientes polinomios (suma y resta)*

a) $(2x^3 - x + 2) + (x^4 - 2x^2 + 2)$; ***Solución:*** $x^4 + 2x^3 - 2x^2 - x + 4$

b) $(4x^2 - 3x + 1) - (x^3 + 2x^2 - 10)$; ***Solución:*** $-x^3 + 2x^2 - 3x + 11$

Ejercicio 40 *Opera los siguientes polinomios (multiplicar y dividir)*

a) $4x^2 \cdot (3 - 2x - 2) =$; ***Solución:*** $-8x^3 + 4x^2$

b) $(7x^3 + 2x^2 + 5x + 1) : (x^2 + x - 1)$. *Presentamos la división al modo norteamericano:*

$$\begin{array}{r|l} & \quad\quad\quad\quad\quad x+1 \\ \hline x^2+x-1 & x^3+2x^2+5x+1 \\ & -x^3 \;\; -x^2 \;\; +x \\ \hline & x^2+6x+1 \\ & -x^2 \;\; -x+1 \\ \hline & 5x+2 \end{array}$$

El cociente es $x + 1$, *el resto es* $5x + 2$

Ejercicio 41 *Obtén el cociente y el resto aplicando Ruffini*

a) $(x^3 - 5x^2 + 5) : (x + 1)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -5 & 0 & 5 \\ -1 & & -1 & 6 & -6 \\ \hline & 1 & -6 & 6 & -1 \end{array}$$

cociente: $x^2 - 6x + 6$*; resto: -1*

b) $(2x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x + 7) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 2 & -3 & 2 & 1 & 7 \\ -2 & & -4 & 14 & -32 & 62 \\ \hline & 2 & -7 & 16 & -31 & 69 \end{array}$$

cociente: $2x^3 - 7x^2 + 16x - 31$*; resto: 69*

Ejercicio 42 *Utilizando productos notables desarrolla las siguientes expresiones:*

a) $(x + 7)^2$

$(x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$

b) $(3x + 2)^2$

$(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$

c) $(x - 7)(x + 7)$

$(x - 7)(x + 7) = x^2 - 49$

d) $(2x + 3)^2 + (2x - 6)^2 - (x - 2)(x + 2)$

$(2x+3)^2+(2x-6)^2-(x-2)(x+2) = 4x^2+12x+9+4x^2-24x+36-x^2+4 = 7x^2-12x+49$

Ejercicio 43 *Opera las siguientes fracciones algebraicas. (Multiplicación y División) No es necesario simplificar el resultado.*

a) $\left(\frac{2x+3}{4x}\right) \cdot \left(\frac{7}{3x+1}\right)$*;* ***Solución:*** $\left(\frac{2x+3}{4x}\right) \cdot \left(\frac{7}{3x+1}\right) = \frac{14x+21}{12x^2+4x}$

b) $\left(\frac{3}{6x}\right) : \left(\frac{2}{2x+1}\right)$*;* ***Solución:*** $\left(\frac{3}{6x}\right) : \left(\frac{2}{2x+1}\right) = \frac{6x+3}{12x} = \frac{2x+1}{4x}$

Ejercicio 44 *Opera las siguientes fracciones algebraicas. (Sumar y Restar) No es necesario simplificar el resultado.*

a) $\left(\frac{x+3}{4x}\right) + \left(\frac{2x}{x+3}\right)$*;* ***Solución:*** $\frac{(x+3)^2+8x^2}{4x(x+3)} = \frac{9x^2+6x+9}{4x^2+12}$

b) $\dfrac{7x}{x} - \dfrac{3}{2x} - \dfrac{3}{2x^2}$; ***Solución:*** $\dfrac{14x^2 - 3x - 3}{2x^2}$

Ejercicio 45 *Expresa de manera algebraica lo que tenemos que pagar por un helado, un refresco y un café, si el helado cuesta el triple que el café y el refresco la mitad que el helado.*

Solución $x =$ *coste del café,* $3x =$ *coste del helado,* $\dfrac{3x}{2} =$ *coste del refresco. Coste total* $=$ $x + 3x + \dfrac{3x}{2} = \dfrac{11x}{2}$

6. TEMA 06. ÁLGEBRA II

Ejercicio 46 *Plantea las siguientes ecuaciones sin resolverlas:*

a) La suma de dos números consecutivos es 21; ***; Solución:*** $x + x + 1 = 21 \Rightarrow 2x + 1 = 21$

b) Un número más su quinta parte es 12; ***; Solución:*** $x + \dfrac{x}{5} = 12$

c) La suma de un número más su triple es 40; ***; Solución:*** $x + 3x = 40$

d) El área de un rectángulo de altura el doble que su base es 60; ***; Solución:*** $x \cdot 2x = 60 \Rightarrow 2x^2 = 60$

Ejercicio 47 *Comprueba si el numero 3 es solución de las siguientes ecuaciones:*

a) $3x + 1 = 10$ $\boxed{\textit{SI ES SOLUCIÓN}}$

b) $4x + 2 = x + 1$ $\boxed{\textit{NO ES SOLUCIÓN}}$

c) $3x^2 + 10x = 0$ $\boxed{\textit{NO ES SOLUCIÓN}}$

d) $x^2 + 2x - 15 = 0$ $\boxed{\textit{SI ES SOLUCIÓN}}$

Ejercicio 48 *Resuelve las siguientes ecuaciones lineales:*

a) $5x + 4 = 19 + 2x$; $\boxed{\textbf{Solución: } 5x - 2x = 19 - 4 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 3}$

b) $18x - 50 = 14x - 4x + 6$; $\boxed{\textbf{Solución: } 18x - 14x + 4x = 6 + 50 \Rightarrow 8x = 56 \Rightarrow x = 7}$

Ejercicio 49 *Resuelve las siguientes ecuaciones lineales:*

a) $2(x + 2) - 5(2x - 3) = 3$; *Solución:* $2x + 4 - 10x + 6 = 3 \Rightarrow -6x = -7 \Rightarrow x = \dfrac{7}{6}$

b) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{3x}{4} - \dfrac{5x}{6} = 15$; ***Solución:*** *El m.c.m. de los denominadores es 12. Si reducimos a común denominador los miembros de la derecha e izquierda de la igualdad* $\dfrac{6x + 9x - 10x}{\cancel{12}} =$

$= \dfrac{180}{\cancel{12}} \Rightarrow 5x = 180 \Rightarrow x = \dfrac{180}{5} = 36$

Ejercicio 50 *Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:*

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

Solución:

$$x^2 - 3x + 2 = 0; \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2}$$

$$x_1 = \frac{3+1}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{3-1}{2} = 1$$

b) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

Solución:

$$2x^2 - 5x + 2 = 0; \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4}$$

$$x_1 = \frac{5+3}{4} = 2$$

$$x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$$

Ejercicio 51 *Resuelve la siguiente ecuación de segundo grado:*
$(2x-1)(3x-2) + (2x-3)^2 = 3(x-4) - (x-2)^2 + 3$

Solución:

$6x^2 - 4x - 3x + 2 + 4x^2 - 12x + 9 = 3x - 12 - x^2 + 8x - 4 + 3$, *Pasando todo al primer miembro queda* $11x^2 - 30x + 24 = 0$. *El discriminante de esta ecuación es* $\Delta = b^2 - 4ac =$ $= 900 - 1056 = -156 < 0$, *por tanto no tiene solución*

Ejercicio 52 *Paula y Cristina han montado una academia de idiomas. El número de alumnos que estudian coreano es la mitad de los que estudian japonés. Calcula el número de alumnos de cada grupo si en total son 220.*

Solución:

Si $x \equiv$ *alumnos que estudian japonés, entonces* $\frac{x}{2} \equiv$ *alumnos que estudian coreano. Del texto se desprende la ecuación* $x + \frac{x}{2} = 220 \Rightarrow 2x + \cancel{2}\frac{x}{\cancel{2}} = 440 \Rightarrow 3x = 440 \Rightarrow x = \frac{440}{3}$, *este valor no es un número entero, el ejercicio está mal propuesto.*

Ejercicio 53 *Aaron ha decidido meterse en el negocio del café para ganar unos eurillos. Así que ha mezclado 15 kg de café barato y 10 kg de café caro, obteniendo así un café mezclado a 3 €/kg ¿Cuánto costaba el café más caro si sabemos que el más barato salía a 2€/kg?*

Solución:

Sea $x \equiv$ *coste del café caro. Sabemos que Precio de la mezcla* $= \dfrac{Coste\ total}{Total\ de\ kg.} \Rightarrow 3 =$
$= \dfrac{15 \cdot 2 + 10 \cdot x}{15 + 10} \Rightarrow \dfrac{30 + 10x}{25} = 3 \Rightarrow x = \dfrac{45}{10} = 4,5$ *€/kg.*

Ejercicio 54 *Antonio abre dos grifos para llenar un depósito de gasolina, para hacer un experimento peligroso. Si abre los dos a la vez el depósito se llena en 15 horas. Sabiendo que el primero solo tardaría 28 horas ¿Cuánto tiempo emplearía en llenarlo el segundo?*

Solución:

Si x horas es el tiempo que tarda el segundo de los grifos en llenar el depósito, en una hora este grifo llena $\dfrac{1}{x}$ *del depósito. En una hora el primer depósito llena* $\dfrac{1}{28}$ *del depósito. Entre los dos grifos, en una hora, llenan* $\dfrac{1}{15}$ *de depósito. Del enunciado obtenemos la siguiente ecuación*
$\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{28} = \dfrac{1}{15} \Rightarrow \dfrac{420 + 15x}{\cancel{420x}} = \dfrac{28x}{\cancel{420x}} \Rightarrow x = \dfrac{420}{13} = 32\dfrac{4}{13}$ *horas.*

Ejercicio 55 *Teo ha dibujado un rectángulo cuyo largo es dos veces el ancho porque le gusta hacerlo así y punto. Si el perímetro del rectángulo mide 80 centímetros, ¿cuánto mide el área?*

Solución:

Sea x el número de unidades de longitud (u.) del ancho, entonces el largo son 2x u. De la información del perímetro obtenemos la ecuación $2(x + 2x) = 80 \Rightarrow x = \dfrac{40}{3}u$*. Luego el largo del rectángulo mide* $\dfrac{80}{3}u$*. El área es* $\dfrac{40}{3} \cdot \dfrac{80}{3} = \dfrac{3200}{9}\ u^2$

7. TEMA 07. ÁLGEBRA III

Ejercicio 56 *Di si los siguientes pares de valores x=0 e y= 3 son soluciones de los siguientes sistemas:*

a) $\left\{ \begin{array}{l} 3x + 5y = 15 \\ 2x - 3y = -9 \end{array} \right.$ $\boxed{\textbf{\textit{Si es solución}}}$

b) $\left\{ \begin{array}{l} 4x + 6y = 25 \\ 6x + 5y = 1 \end{array} \right.$ $\boxed{\textbf{\textit{No es solución}}}$

Ejercicio 57 *Resuelve por* ***sustitución***
$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 5y = 15 \\ 2x - 3y = -9 \end{array} \right.$

Solución:

De la segunda ecuación se obtiene $x = \dfrac{-9+3y}{2}$ *y sustituyendo en la primera de las ecuaciones* $3\left(\dfrac{-9+3y}{2}\right) + 5y = 15 \Rightarrow \dfrac{-27+9y}{\cancel{2}} + \dfrac{10y}{\cancel{2}} = \dfrac{30}{\cancel{2}} \Rightarrow 19y = 57 \Rightarrow \boxed{y=3}$. *Sustituyendo este valor en* $x = \dfrac{-9+3y}{2}$ *obtenemos que* $\boxed{x=0}$

Ejercicio 58 *Resuelve por* ***igualación***

$$\begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

Solución:

Despejando y en cada una de las ecuaciones se obtiene $y = \dfrac{-2+5x}{2}$, $y = \dfrac{x-2}{2}$. *Si igualamos los valores de y obtenidos* $y = \dfrac{-2+5x}{\cancel{2}} = \dfrac{x-2}{\cancel{2}} \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow \boxed{x=0}$ *y sustituyendo en* $y = \dfrac{-2+5x}{2} \Rightarrow \boxed{y=-1}$

Ejercicio 59 *Resuelve por* ***reduccción***

$$\begin{cases} 5x - y = 3 \\ -2x + 4y = -12 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 20x - \cancel{4y} = 12 \\ -2x + \cancel{4y} = -12 \\ \hline 18x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Ejercicio 60 *Resuelve el siguiente sistema por el método que consideres más oportuno*

$$\begin{cases} \dfrac{2(x+1)}{3} - y = -3 \\ \\ 3(x+5-y) + 3x = 12 \end{cases}$$

Solución:

Desarrollando cada ecuación y reorganizando términos el sistema queda del siguiente modo:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -11 \\ \\ 6x - 3y = -3 \end{cases}$$

Elegimos el método de reducción cambiando el signo de la primera ecuación:

$$\begin{cases} -2x - +\cancel{3y} = 11 \\ \\ 6x - \cancel{3y} = -3 \\ \hline 4x = 8 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 5 \end{cases}$$

Ejercicio 61 *Resuelve el siguiente sistema no lineal por el método que consideres más oportuno*

$$\begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ \\ x^2 + 4y^2 = 3 \end{cases}$$

Despejamos y en la primera ecuación $y = \dfrac{2+3x}{2}$ *y sustituimos en la segunda ecuación* $x^2 + 4\left(\dfrac{2+3x}{2}\right)^2 = 3 \Rightarrow x^2 + \cancel{4} \cdot \dfrac{4+12x+9x^2}{\cancel{4}} = 3 \Rightarrow 10x^2 + 12x + 1 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{26}}{10}$. *Las opluciones son:*

a) *si* $x_1 = \dfrac{-6+\sqrt{26}}{10} \Rightarrow y_1 = 1 + \dfrac{-18+3\sqrt{26}}{20}$

b) *si* $x_1 = \dfrac{-6-\sqrt{26}}{10} \Rightarrow y_1 = 1 - \dfrac{18+3\sqrt{26}}{20}$

Ejercicio 62 *Rubén le dice a Pablo: "el dinero que tengo es el triple del que tienes tú", y Pablo le contesta: " si tú me das tres euros tendremos los dos la misma cantidad y así entre los dos podemos sobornar a Lorenzo para que nos ponga un sobresaliente en Matemáticas". ¿Cuánto dinero tenía cada uno?*

Solución:

Buen tema transversal el que trata el texto, ¿a caso es sobornable el profesor?

Sea x el dinero de Pablo. Entonces el dinero de Rubén es 3x y del texto del ejercicio obtenemos $x + 3 = 3x - 3 \Rightarrow x = 3$. *Luego Pablo tiene 3€ y Rubén tiene 6€*

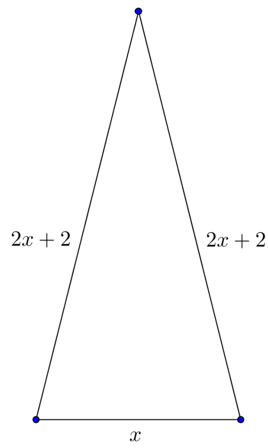
Ejercicio 63 *Dado que el negocio de Aaron de café del examen anterior no le fue muy bien, esta vez va a intentarlo vendiendo juegos de ps3 y ps4. Así que cada juego de ps3 lo vende a 10 € y los de ps4 a 20 €. Si se sabe que en total ha vendido 20 juegos y el beneficio total que ha obtenido es de 204 € ¿Cuántos juegos ha vendido que cada tipo?*

Solución:

Sea x el número de juegos vendidos de PS3. Entonces los vendidos de PS4 son 20-x. Luego $10x + 20(20-x) = 204 \Rightarrow 10x - 20x = 204 - 400 \Rightarrow x = \dfrac{196}{10}$ *este valor no es un número entero, el ejercicio está mal propuesto.*

Ejercicio 64 *Marina, como futura profesora de Educación Primaria, está dando clases particulares a un alumno de 6º, así que le pone el siguiente problema: "El perímetro de un triángulo isósceles es de 20 cm. La longitud de cada uno de sus lados iguales es dos 2 cm mayor que el doble de la longitud del lado desigual. La respuesta de su alumno es que los lados iguales miden 5 cm cada uno; y el lado desigual mide 4 cm. ¿Es correcta la respuesta? Justificar la respuesta.*

Solución:



$5x + 4 = 20 \Rightarrow x = \dfrac{16}{5}$. *No es correcta la solución*

Ejercicio 65 *Michelle Alin compró un disfraz para un cosplay para el próximo salón del manga, y una réplica de una espada d por 200 porque estaban rebajados, siendo su precio real 226 . ¿Cuánto le costó cada objeto, el disfraz y la espada, sabiendo que en el disfraz le rebajaron el 10 % y en la espada el 15 %?*

Solución:

Sea x el precio del disfraz, sea y el precio de la espada. Entonces:

$$\begin{cases} 0{,}9x + 0{,}85y = 200 \\ x + y = 226 \end{cases}$$

este sistema es equivalente a:

$$\begin{cases} -\cancel{90x} - 85y = -20000 \\ \cancel{90x} + 90y = 20340 \\ \hline \qquad 5y = 340 \Rightarrow y = 68 \text{ €}, \;\; x = 158 \text{ €} \end{cases}$$

8. TEMA 08. FUNCIONES Y GRÁFICAS

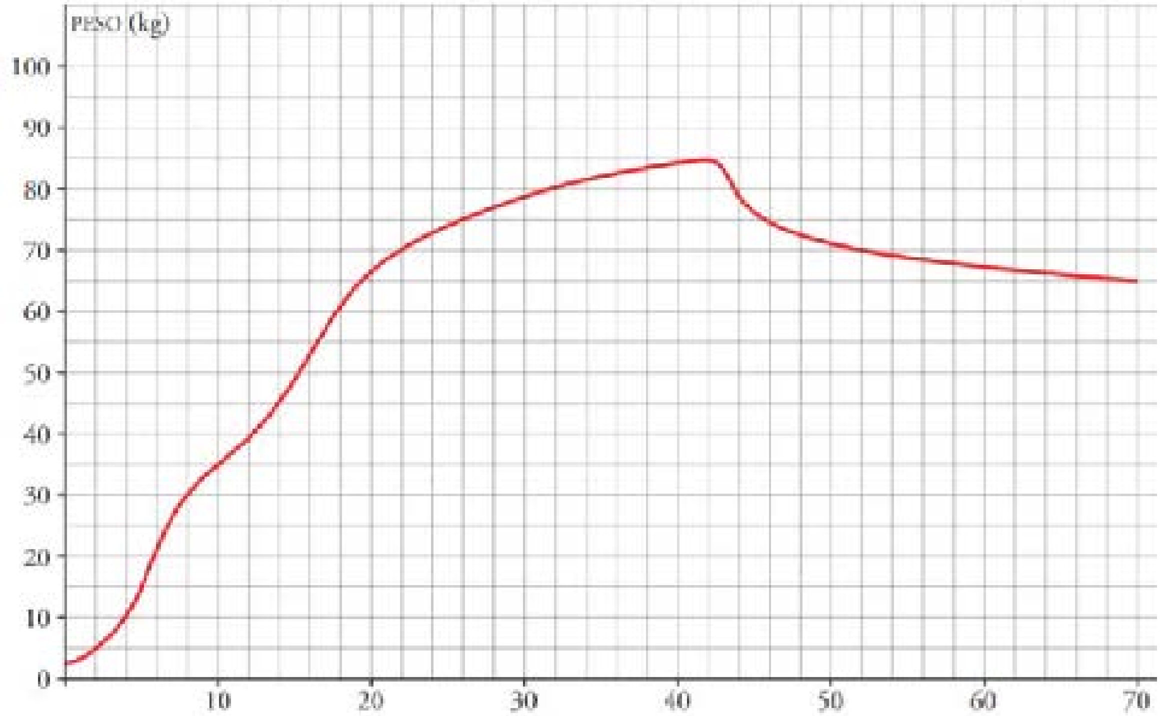
Ejercicio 66 *La siguiente gráfica representa la evolución del peso de Félix a lo largo de sus 70 años de vida: Observa la gráfica y completa.*

a) ¿En qué año Felix alcanzó su peso máximo? ***Solución:*** *A los 42 años*

b) ¿Cuál es el peso máximo de Felix? ***Solución:*** *85 kg.*

c) ¿En qué intervalo es creciente la función? ***Solución:*** *En el intervalo (0,42)*

d) ¿En qué intervalo es decreciente la función? ***Solución:*** *En el intervalo (42, 70)*



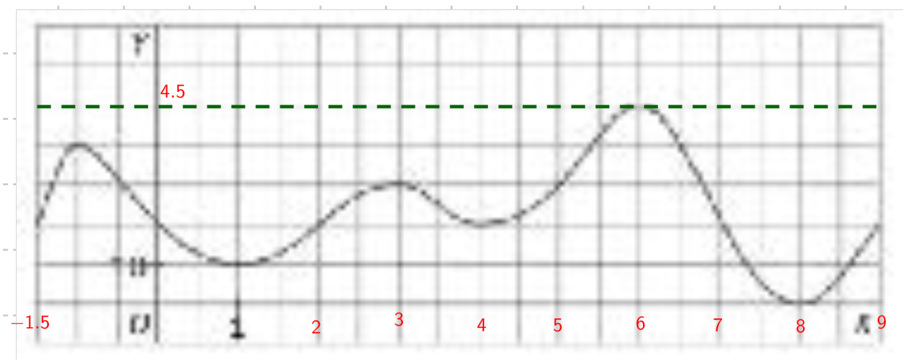
Ejercicio 67 *2 Dada la siguiente función. Se pide que indiques:*

Sus máximos relativos; solución: (-1,40), (3,30), (6,50)

Sus mínimos relativos; solución: (1,10), (4,20), (8,0)

Su dominio; solución: (-1.5,9)

Su recorrido; solución: (0,50)



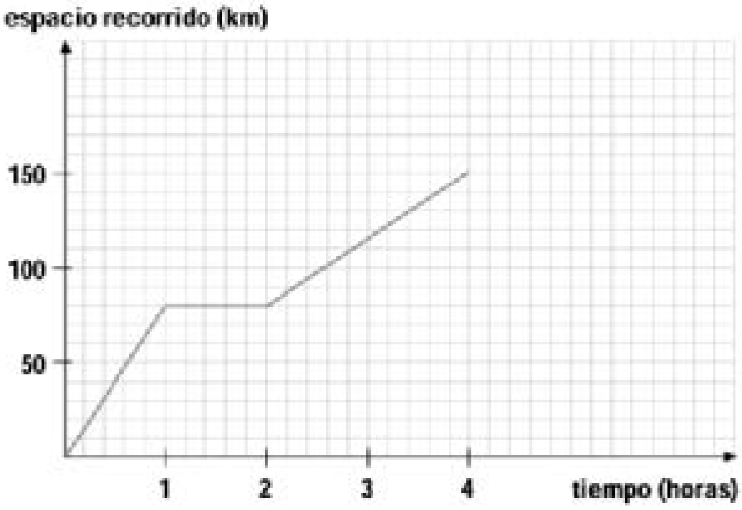
Ejercicio 68 *La gráfica muestra los kilómetros recorridos por un autobús, desde que sale de la estación:*

a) ¿Qué distancia a recorrido durante la primera hora? $\boxed{\textbf{Solución: } \textit{80 km.}}$

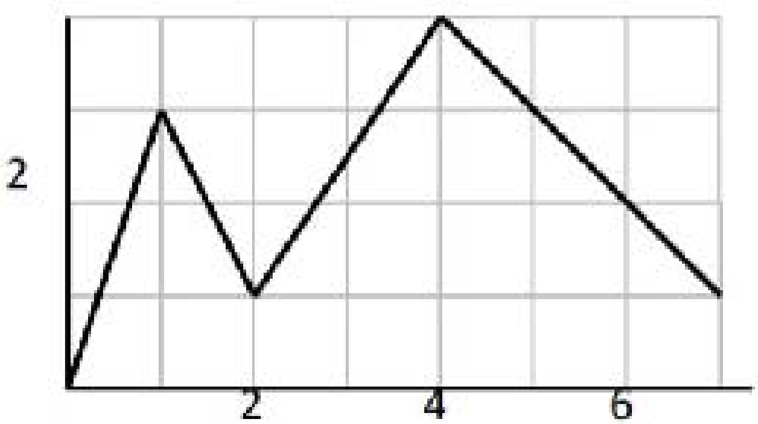
b) El autobús se para. ¿Durante cuánto tiempo? $\boxed{\textbf{Solución: } \textit{1 hora}}$

c) *¿Cuántos kilómetros recorre el total?* $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ \textit{150 km.}}$

d) *¿Va más rápido la última hora que la primera hora?* $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ \textit{va más rápido en la primera hora}}$



Ejercicio 69 *indica las coordenadas de los siguientes puntos de la gráfica:*
a) Máximo absoluto $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ (4,4)}$
Máximo relativo $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ (1,3),\ (4,4)}$
b) Mínimo absoluto $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ (0,0)}$
Mínimo relativo $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ (0,0),\ (2,1),\ (7,1)}$
c) Intervalos de decrecimiento $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ (0,1)\cup(2,4)}$
d) Intervalos de crecimiento $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ (1,2)\cup(4,7)}$



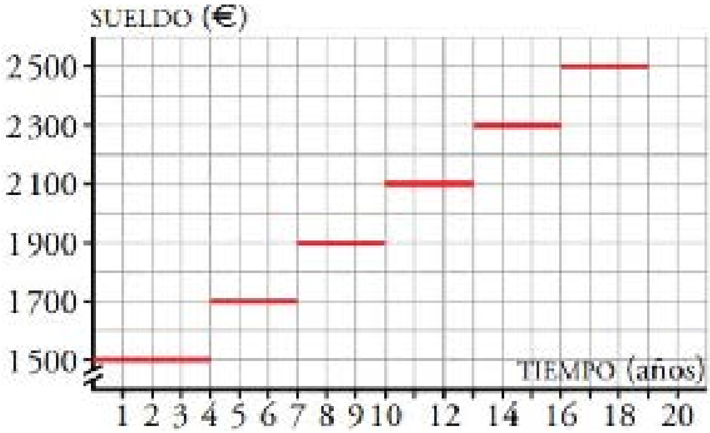
Ejercicio 70 *La gráfica muestra el sueldo mensual que Cristina va a cobrar cuando trabaje como diseñadora Web.*

a) ¿Cuánto tiempo llevará Cristina en la empresa cuando le suban el sueldo por primera vez? $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ \textit{4 años}}$

b) *¿Cuánto ganará a los 12 años de entrar?* $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ \textit{2100 €}}$

c) *¿Y a los 20?* $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ \textit{0 €}}$

d) *¿Es una función continua?* $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ \textit{No es función continua}}$



Ejercicio 71 *Inma sale de casa y visita al dentista. A continuación, recoge un vestido en Zara y come con una amiga con la que ha quedado en el Mc Donalds. Por último, se para a comprar en un supermercado situado camino de casa. Observa la gráfica y completa. (1,5 ptos)*

Buen momento para tratar otro tema transversal: abstenerse de hacer publicidad a marcas comerciales cuando se haga referencia al consumo en la escuela

a) *¿Cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente?*

Variable independiente = tiempo. Variable dependiente = distancia

b) *¿Entre qué horas está definida la función?*

Entre las 9h. y las 16:45h.

c) *¿A qué distancia de la casa de Inma está la consulta del dentista?*

5 km.

d) *¿A qué hora llegó Inma al restaurante?*

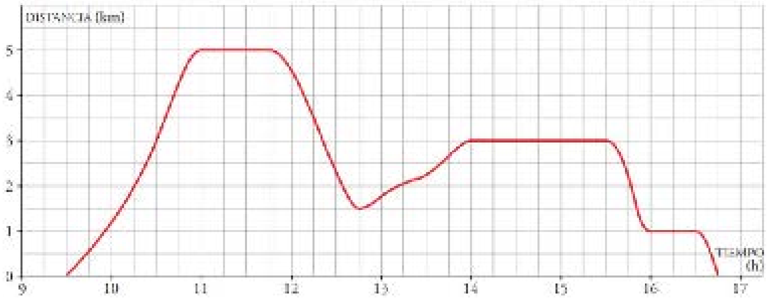
A las 14 h.

e) *¿Cuánto duró la comida?*

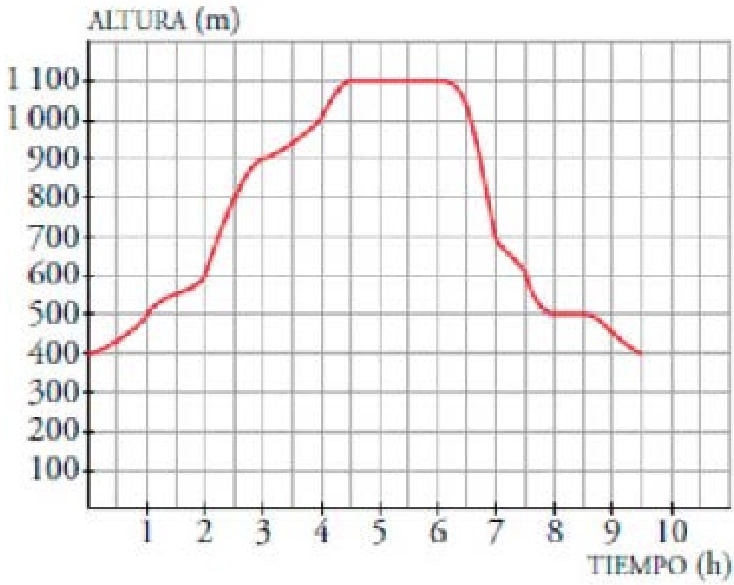
1:30 h.

f) *¿Qué le queda a Inma más lejos de casa, la modista o el supermercado?*

Si la modista se refiere a Zara, el supermercado está más cerca de su casa



Ejercicio 72 *Teo y Ulises deciden hacer una carrera subiendo la Cresta del Gallo corriendo. En la siguiente gráfica se muestra un resumen de la carrera:*



a) ¿Cuál es el dominio de definición de esta función? $\boxed{\textit{Dominio} = [0{,}9.5]}$

b) ¿Cuál es su recorrido? $\boxed{\textit{Recorrido} = [0{,}1100]}$

c) ¿Cuánto ha durado la marcha? $\boxed{\textit{9 horas 30 minutos}}$

d) ¿Desde qué altura empiezan a andar? $\boxed{\textit{400 m.}}$

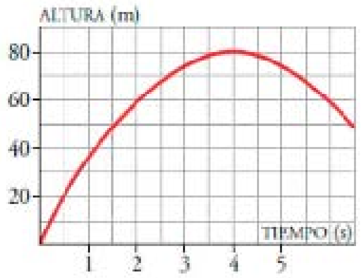
e) ¿Qué altura máxima han alcanzado? $\boxed{\textit{1100 m.}}$

f) ¿Cuándo han parado a comer? $\boxed{\textit{1 hora 45 minutos}}$

Ejercicio 73 *8 Una de estas ecuaciones, que se corresponde con la gráfica, expresa la relación entre la altura, h, alcanzada por una pelota a la que Aaron le pega un "patadón" hacia arriba, y el tiempo, t. ¿Cuál de ellas es? Di la altura de la pelota a los 5 minutos*

a) $h = 8t - t^2$ *b)* $h = 40t - 5t^2$ *c)* $h = -4t^2 + 80t$

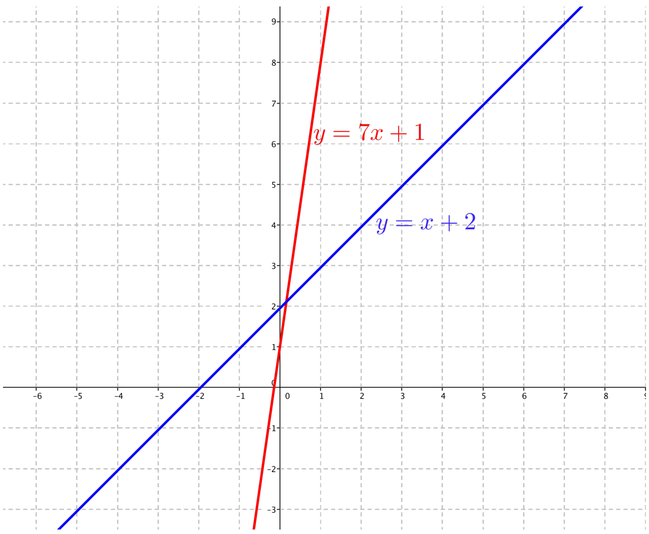
$\boxed{\textit{La que se corresponde con la gráfica del "patadón" es } h = 40t - 5t^2}$



9. TEMA 09. FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

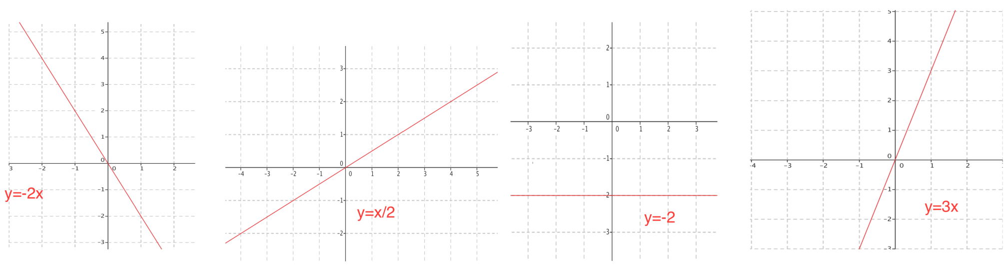
Ejercicio 74 *Representa las siguientes funciones utilizando solo dos puntos.*

$$a)\ y = 7x + 1 \quad b)\ y = x + 2$$



Ejercicio 75 *Asocia cada función lineal con su gráfica.*

$$a) y = 3x \qquad b)\ y = -2x \qquad c)\ y = \frac{x}{2} \qquad d)\ y = -2$$



Ejercicio 76 *Halla la pendiente de la recta que pasa por los siguientes puntos:*

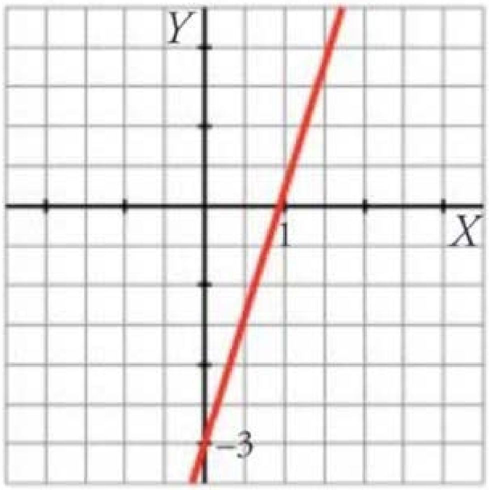
a) (2,5) y (6,1); $\boxed{m = \frac{1-5}{6-2} = \frac{-4}{4} = -1}$

b) (5,1) y (2,7); $\boxed{m = \frac{7-1}{2-5} = \frac{6}{-3} = -2}$

Ejercicio 77 *Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos (5,4) y (3,5).*

Pendiente $m = \frac{5-4}{3-5} = -\frac{1}{2}$. *La ecuación punto-pendiente es* $y - 4 = -\frac{1}{2}(x-5)$. *Si desarrollamos esta ecuación obtenemos* $x + 2y - 13 = 0$

Ejercicio 78 *Observando la siguiente gráfica escribe la ecuación de la recta.*



La pendiente es $m = 3$ *y la ordenada en el origen es* $n = -3$. *La ecuación de la recta es* $y = 3x - 3$

Ejercicio 79 *Representa la siguiente función cuadrática* $y = x^2 – 4x + 3$ *dando los siguientes pasos:*

a) Calcula las coordenadas de su vértice.

La abcisa del vértice es $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$. *El vértice es el punto V(2,-1)*

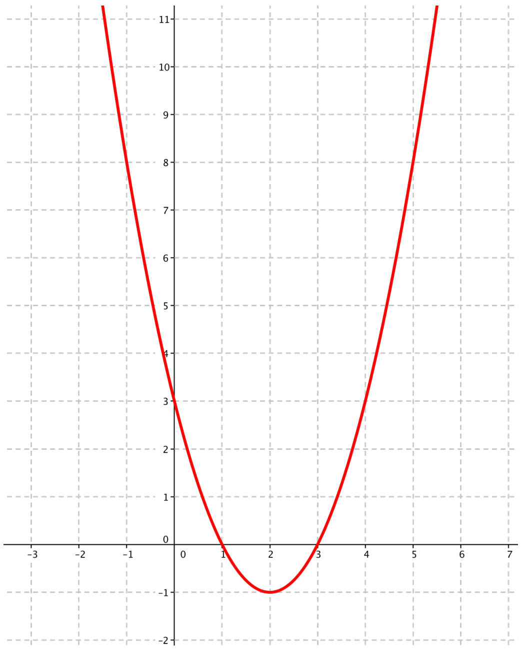
b) Calcula donde corta al eje x.

Si corta al eje x entonces y=0 con lo que $x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = 2 \pm 1$. *Los puntos de corte con el eje de abcisas son (1,0) y (3,0)*

c) Calcula donde corta al eje y

Si corta al eje de ordenadas entonces x=0 con lo que y=3. Corta al eje de ordenadas en el punto (0,3)

d) Dibuja la gráfica



Ejercicio 80 *Representa la siguiente función cuadrática* $y = 2x^2–4x - 6$ *siguiendo el procedimiento que se indica a continuación:*

a) Calcula las coordenadas de su vértice.

$x_v = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{4} = 1 \Rightarrow y_v = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 - 6 = -8$. *El vértice está en el punto (1,-8)*

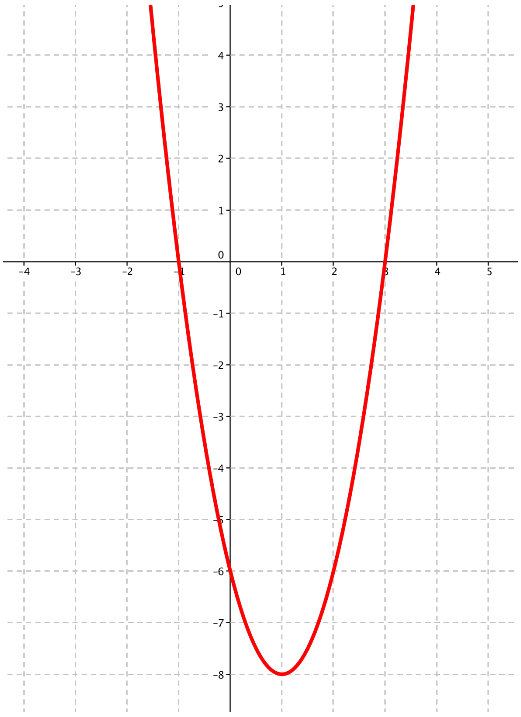
b) Calcula donde corta al eje x.

Si corta al eje x entonces $y = 2x^2–4x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ *con lo que* $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = 1 \pm 2$. *Los puntos de corte con el eje de abcisas son (-1,0) y (3,0)*

c) Calcula donde corta al eje y

Si corta al eje de ordenadas entonces x=0 con lo que y=-6. Corta al eje de ordenadas en el punto (0,-6)

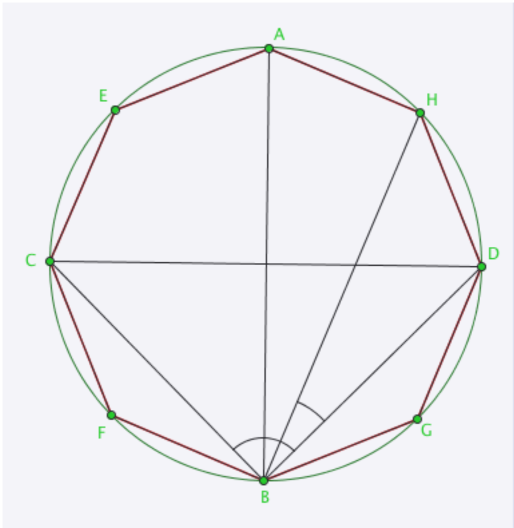
d) Dibuja la gráfica



4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5

10. TEMA 10. SEMEJANZA Y PITÁGORAS

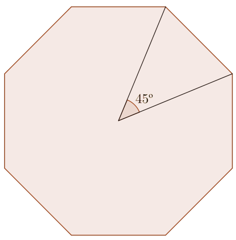
Ejercicio 81 *Indica el valor de los ángulos CBD y HBD .*



Solución:

Este ejercicio nada tiene que ver ni con la semejanza ni con el Teorema de Pitágoras

El ángulo central que corresponde al arco que comprende a cada lado del octógono vale $\dfrac{360}{8} = 45^o$.



Sabemos que el ángulo inscrito es la mitad del ángulo central correspondiente, por tanto ángulo CBD $= \dfrac{90}{2} = 45^o$, *ángulo HBD* $= \dfrac{45}{2} = 22{,}5^o$

Ejercicio 82 *Aplicando Pitágoras indica si los siguientes triángulos son acutángulos, obtusángulos o rectángulos.*

a) a = 30 cm,   b= 20 cm,   c = 22 cm

b) a = 30 km,   b = 40 km,   c= 50 km

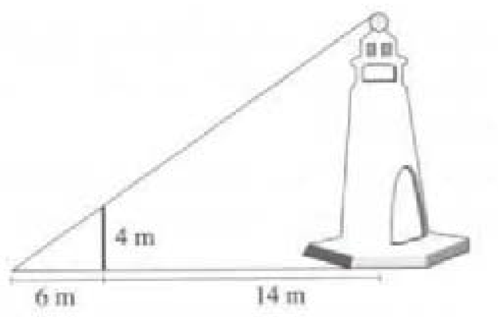
Solución:

Aunque el libro de texto incluye en el apartado dedicado al Teorema de Pitágoras la cuestíón de clasificar el triángulo atendiendo a sus ángulos, no tiene nada que ver esto con el Teorema de Pitágoras, es una consecuencia evidente del teorema del coseno. De todas formas anticipar este resultado, que forma parte del contenido de conocimientos de bachiller, es obligar al lumno *a aprender fórmulas de memoria. No debe hacerse*

a) $30^2 > 20^2 + 22^2$, *se trata de un triángulo obtusángulo.*

b) $30^2 < 40^2 + 50^2$, *se trata de un triángulo acutángulo.*

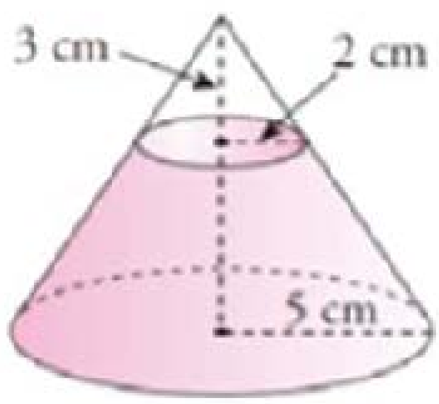
Ejercicio 83 *Aplicando semejanza calcula la altura que tiene el faro, de acuerdo a la información entregada.*



Solución:

Si h es la altura del faro entonces $\dfrac{h}{14} = \dfrac{4}{6} \Rightarrow h = \dfrac{52}{6} = \dfrac{28}{3}$ *m.*

Ejercicio 84 *De un cono de radio 5 cm hemos cortado otro cono de radio 2 cm y altura 3 cm. Calcula la altura del cono antes de cortarlo, mediante semejanza.*



Solución:

Si h es la altura del cono entonces $\dfrac{h}{5} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow h = \dfrac{15}{2}$ *m.*

Ejercicio 85 *Dos piscinas son semejantes. La pequeña mide 15 m de largo, y la grande, 30 m.*

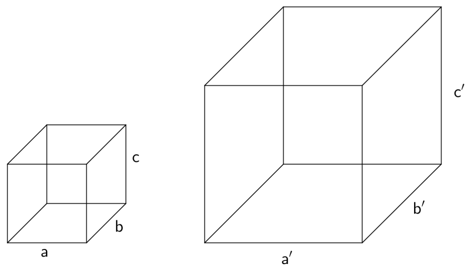
a) ¿Cuál es la razón de semejanza?

b) Si la pequeña tiene 1,40 m de profundidad, ¿cuál es la profundidad de la grande?

c) Impermeabilizar el interior de la pequeña costó 1650 . ¿Cuánto costará impermeabilizar la grande?

d)Llenar de agua la pequeña cuesta 235 € . ¿Cuánto costará llenar la grande?

Solución:



Si los prismas de la anterior figura son semejantes, con razón de semejanza entre las longitudes de sus aristas k, entonces $a' = ka$, $b' = kb$ *y* $c' = kc$. *La superficie de la base de la figura menor, por ejemplo, vale* $S = a \cdot b$ *y la de la superficie grande es* $S' = a' \cdot b' = k^2 \cdot a \cdot b$ *es decir que* $\boxed{S' = k^2 \cdot S}$. *Algo parecido ocurriría con el volumen, para la figura pequeña* $V = a \cdot b \cdot c$ *y para la grande* $V' = a' \cdot b' \cdot c' = k^3 \cdot a \cdot b \cdot c$, *es decir* $\boxed{V' = k^3 \cdot V}$. *Pasamos a responder el ejercicio:*

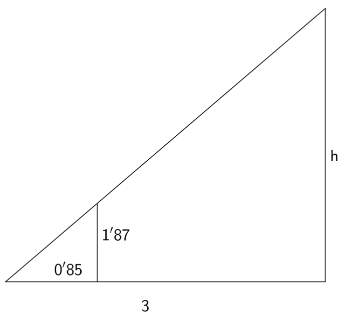
a) La razón de semejanza es $k = 2$

b) La profundidad de la grande es $2 \cdot 1{,}40 = 2{,}80$ *m.*

c) Impermeabilizar consiste en cubrir la superficie de la piscina a excepción de su base superior. Según hemos visto coste de impermeabilizar grande $= 2^2 \cdot$ *coste de impermeabilizr pequeña* $= 4 \cdot 1650 = 6600$ *€.*

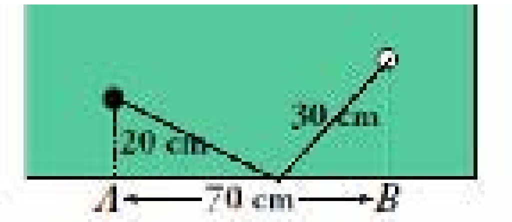
d) Coste de llenar la grande $= 2^3 \cdot$ *coste de llenar la pequeña* $= 8 \cdot 235 = 1880$ *€*

Ejercicio 86 *Utilizando la semejanza de triángulos, calcula la altura de una casa sabiendo que en un determinado momento del día proyecta una sombra de 3,5m y una persona que mide 1,87 m tiene en ese mismo instante, una sombra de 0,85 m.*

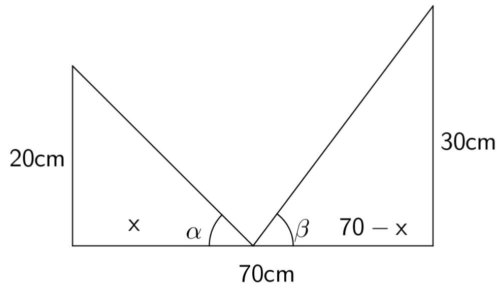


$$\frac{h}{3{,}5} = \frac{1{,}87}{0{,}85} \Rightarrow h = \frac{1{,}87 \cdot 3{,}5}{0{,}85} = 7{,}7$$

Ejercicio 87 *Utilizando la semejanza de triángulos ¿En qué punto comprendido entre A y B debe dar la bola blanca para que al rebotar alcance a la bola negra?*



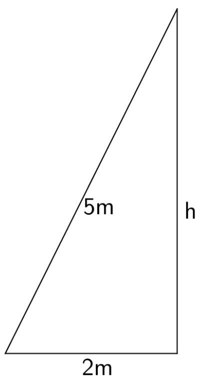
Solución:



El ángulo de incidencia (α) debe ser igual al ángulo de feflexión (β) para que la bola negra siga la misma trayectoria que la bola blanca y por tanto la alcance. Esto se traduce en que los doa triángulos (derecha-izquierda) de la figura anterior son semejantes. Por semejanza $\dfrac{20}{x} = \dfrac{30}{70-x} \Rightarrow 30x = 1400 - 20x \Rightarrow x = 28\ cm.$

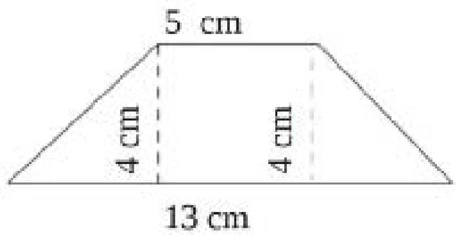
Ejercicio 88 *Un albañil apoya una escalera de 5 m contra un muro vertical. El pie de la escalera está a 2 m del muro. Calcula el valor de la altura a la que se encuentra la parte superior de la escalera utilizando Pitágoras.*

solución:



$h = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\ m.$

Ejercicio 89 *Calcula las áreas de la siguiente figura:*



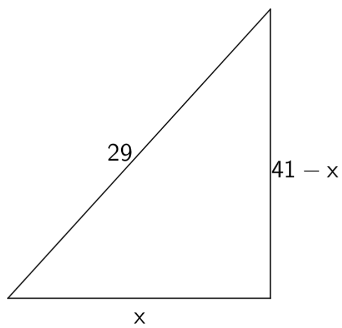
Solución:

Este ejercicio no debiera estar en este apartado, nada tiene que ver con semejanza ni con el Teorema de Pitágoras

Aplicamos la fórmula del área de un trapecio $S = \dfrac{(5+13)\cdot 4}{2} = 36\ cm^2$

Ejercicio 90 *El perímetro de un triángulo rectángulo es 70 cm y la hipotenusa 29 cm. Calcula lo que mide cada uno de sus lados aplicando Pitágoras.*

Solución:



Según el Reorema de pitágoras $(41-x)^2 + x^2 = 29^2 \Rightarrow 1681 - 82x + x^2 + x^2 = 841 \Rightarrow 2x^2 - 82x + 840 = 0 \Rightarrow x^2 - 41x + 420 = 0$ *y resolviendo esta ecuación de 2º grado obtenemos* $x = \dfrac{41 \pm \sqrt{1681-1680}}{2} = \dfrac{41 \pm 1}{2}$. *Las soluciones de esta ecuación* $x_1 = 20$, $x_2 = 21$ *son los catetos del triángilo rectángulo.*

11. TEMA 11 ÁREAS Y VOLÚMENES

PARTE 1 ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Ejercicio 91 *Halla:*

a) El área y el perímetro de un rectángulo cuya altura mide 3 cm y su base mide dos veces su altura. $\boxed{\textbf{\textit{Solución:}}\ A = 3 \cdot 6 = 18\ cm^2}$

b) El área y el perímetro de un triángulo de base 6 cm y altura 3 cm.

Hay exactamente infinitos triángulos de base 6 cm. y altura 3 cm. Todos tienen la misma área que vale 9 cm^2*, pero su perímetro es distinto. ¿De cuál de estos infinitos triángulos hallamos el perímetro?*

Ejercicio 92 *Halla:*

a) El área de un paralelogramo de base 20 cm y altura 5 cm. $\boxed{A = 20 \cdot 5 = 100\ cm^2}$

b)El área de un rombo cuya diagonal mayor mide 8 cm y cuya diagonal menor es 4 cm. $\boxed{\dfrac{8 \cdot 4}{2} = 16\ cm^2}$

Ejercicio 93 *Calcula el área de un hexágono regular de 6 cm de lado.*

Solución:

Si unimos el circuncentro del hexágono con cada uno de sus vértices, la figura queda dividida en 6 triángulos equiláteros de lado 6 cm. cuya superficie viene dada por $\dfrac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9 \cdot \sqrt{3}\ cm^2$*. Como el hexágono lo componen 6 de estos triángulos su área será* $54 \cdot \sqrt{3}\ cm^2$

Ejercicio 94 *Calcula el área de un trapecio cuya lado paralelo mayor mide 30 cm, el lado paralelo menor mide 10 cm y mide 16 cm de altura.*

Solución:

Este ejercicio no aporta nada nuevo, es una repetición, con distintos valores, del ejercicio 89. Aplicamos la fórmula de la superficie de un trapecio $S = \dfrac{(30+10) \cdot 16}{2} = 320\ cm^2$

Ejercicio 95 *Halla el área del sector circular cuyo radio es 3 cm y su ángulo central es 30º.*

Solución:

Aplicamos la fórmula de la superficie de un sector circular $S = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n^o}{360} = \dfrac{\pi \cdot 9 \cdot 30}{360} =$
$= \dfrac{3}{4}\pi\ cm^2$

Ejercicio 96 *Calcula el área total y el volumen de un ortoedro cuyas aristas miden 9 cm, 7cm y 4 cm.*

Solución:

Para calcular el área total aplicamos su fórmula $A_t = 2(9 \cdot 7 + 9 \cdot 4 + 7 \cdot 4) = 254\ cm^2$

Para hallar el volumen aplicamos su fórmula $V = 9 \cdot 7 \cdot 4 = 252\ cm^3$

Ejercicio 97 *Calcula el área total y el volumen de un prisma cuadrangular cuya arista de la base mide 4 dm y su altura es de 12 dm.*

Solución:

Para calcular el área total aplicamos su fórmula $A_t = 2 \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 \cdot 12 = 224\ cm^2$

Para hallar el volumen aplicamos su fórmula $V = 4^2 \cdot 12 = 192\ cm^3$

Ejercicio 98 *Hallar el área total y el volumen de una pirámide hexagonal en la que la arista de la base mide 6 cm y la arista lateral 10 cm.*

En el ejercicio 93 hemos calculado ya el área del hexágono de lado 6, vale $54 \cdot \sqrt{3}\ cm^2$

Área total $A_t = 2 \cdot 54 \cdot \sqrt{3} + 6 \cdot 60 = 108\sqrt{\sqrt{3} + 360\ cm^2}$

Volumen $V = 54 \cdot \sqrt{3} \cdot 10 = 540\sqrt{3}\ cm^3$

Ejercicio 99 *Sabiendo que el radio de todas las figuras es de 8 cm. Elige dos figuras y calcula su área total y su volumen de las siguientes figuras:*
Que el radio sea 8 cm. en todas las figuras contradice el apartado d, ahí el radio es 2 cm.

a) $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 128\pi + 16\pi h\ cm^2$*;* $V = \pi r^2 h = 64\pi h\ cm^3$

b) La generatriz del cono vale $g = \sqrt{8^2 + h^2} = \sqrt{64 + h^2}$

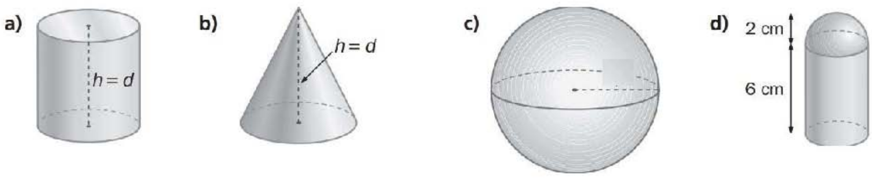
El área total es $A_t = \pi rg + \pi r^2 = 8\pi\sqrt{64 + h^2} + 64\pi\ cm^2$

El volumen es $V = \dfrac{\pi r^2 h}{3} = \dfrac{64\pi h}{3}\ cm^3$

c) En la esfera no tiene sentido el área lateral ni el área total, se dice área.

Área $A = 4\pi r^2 = 254\pi\ cm^2$

Volumen $V = \dfrac{4\pi r^3}{3} = \dfrac{2048\pi}{3}\ cm^3$



d) *Área total* $A_t = 2\pi rh + \pi r^2 + 2\pi r^2 = 16\pi + 12\pi = 28\pi\ cm^2$

Volumen $V = \pi r^2 h + \dfrac{2\pi r^3}{3} = 24\pi + \dfrac{16\pi}{3}\ cm^3$

12. TEMA 13 y 14 ESTADÍSTICA

Ejercicio 100 *A 25 estudiantes de ESO se les ha preguntado sobre el número de horas que pasan jugando a la ps4 al día, obteniéndose las siguientes respuestas.*

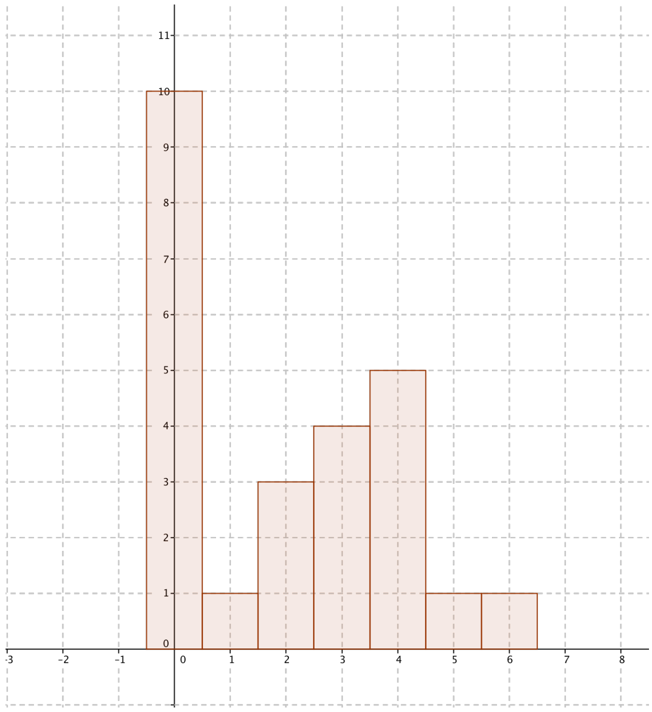
0	1	2	0	4	0	5	0	2	3
3	4	0	3	0	2	4	0	0	4
0	0	4	6	3					

Se pide:

a) Obtener la tabla de frecuencias con todas sus columnas correspondientes.

X_i	f_i	f_{ri}	F_i	F_{ri}	%
0	10	0.40	10	0.40	40 %
1	1	0.04	11	0.44	4 %
2	3	0.12	14	0.56	12 %
3	4	0.16	18	0.72	16 %
4	5	0.20	23	0.92	20 %
5	1	0.04	24	0.96	4 %
6	1	0.04	25	1	4 %

$f_i \equiv$ *frecuencia absoluta;* $f_{ri} \equiv$ *frecuencia relativa;* $F_i \equiv$ *frecuencia absoluta acumulada;* $F_{ri} \equiv$ *frecuencia relativa acumulada;* $\% \equiv$ *porcentaje* *b) Representar la tabla de frecuencias mediante un gráfico de barras. Calcular la media, la mediana, la moda, el recorrido, la desviación típica y el Coeficiente de Variación.*

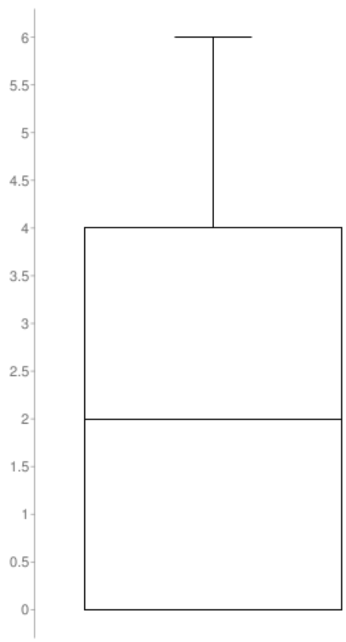


Media $\overline{x} = \dfrac{\sum(x_i \cdot f_i)}{\sum f_i} = 2$; *Mediana* $= P_{50} = 2$; *Moda = 0; Recorrido = 6-0; Desviación típica* $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2} = \sqrt{3{,}6} = 1{,}9$; *coeficiente de variación* $CV = \dfrac{\sigma}{\overline{x}} = \dfrac{1{,}9}{2} = 0{,}8$

c) Hallar P_{25}, P_{50}, P_{75} *y* P_{43}

$P_{25} = Q_1 = 0,\ P_{50} = Mediana = 2,\ P_{75} = Q_3 = 4\ y\ P_{43} = 1$

d) Representar los datos utilizando un diagrama de cajas y bigotes.



Ejercicio 101 *Se ha preguntado a 20 personas por el número de mascotas que tienen, obteniéndose los siguientes resultados:*

1	1	1	0	3	2	2	1	0	0
0	0	1	2	1	1	1	0	2	1

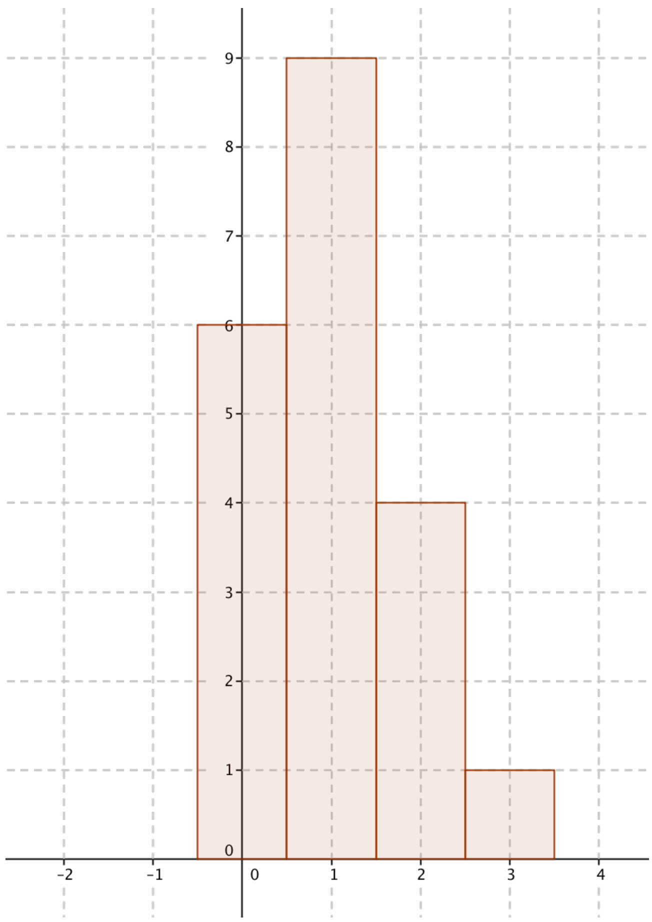
Se pide:

a) Obtener la tabla de frecuencias con todas sus columnas correspondientes.

X_i	f_i	f_{ri}	F_i	F_{ri}	%
0	6	0.30	6	0.30	30 %
1	9	0.45	15	0.75	45 %
2	4	0.20	19	0.95	20 %
3	1	0.05	20	1	5 %

$f_i \equiv$ *frecuencia absoluta;* $f_{ri} \equiv$ *frecuencia relativa;* $F_i \equiv$ *frecuencia absoluta acumulada;* $F_{ri} \equiv$ *frecuencia relativa acumulada;* $\% \equiv$ *porcentaje*

b) Representar la tabla de frecuencias mediante un gráfico de barras.



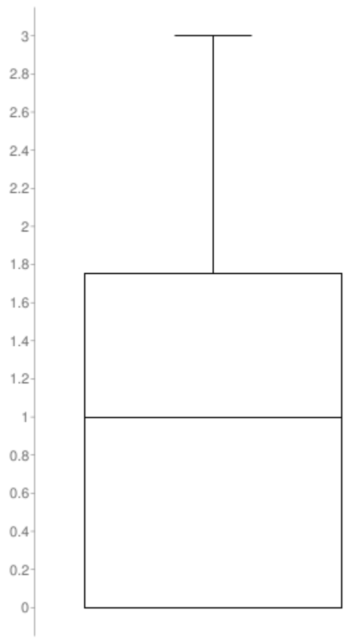
c) Calcular la media, la mediana, la moda, el recorrido, la desviación típica y el Coeficiente de Variación.

Media $\overline{x} = \dfrac{\sum(x_i \cdot f_i)}{\sum f_i} = 1$; *Mediana* $= P_{50} = 1$; *Moda = 1; Recorrido = 3-0 = 3; Desviación típica* $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2} = \sqrt{0{,}7} = 0{,}84$; *coeficiente de variación* $CV = \dfrac{\sigma}{\overline{x}} = \dfrac{1}{0{,}84} = 1{,}19$

d) Hallar Hallar P_{25}, P_{50}, P_{75} *y* P_{83}

$P_{25} = Q_1 = 0,\ P_{50} = Mediana = 1,\ P_{75} = Q_3 = 2$ *y* $P_{83} = 2$

e) Representar los datos utilizando un diagrama de cajas y bigotes.



13. TEMA 15. PROBABILIDAD

Ejercicio 102 *Calcula la probabilidad de:*

a) sacar un 1 en un dado de 12 caras al lanzarlo una sola vez. $\boxed{Probabilidad = \frac{1}{12}}$

b) sacar menos de un 3 en un dado de 6 caras al tirar una vez el dado. $\boxed{Probabilidad = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}}$

No se describe el experimento de este ejercicio, imaginamos que será lanzar el dado una sola vez

Ejercicio 103 *Introducimos en una bolsa las letras de la palabra FORTNITE y a continuación extraemos una letra. Calcula:*

a) la probabilidad de sacar la letra O. $\boxed{Probabilidad = \frac{1}{8}}$

b) la probabilidad de sacar la letra V. $\boxed{Probabilidad}$ *= 0*

No se describe el experimento de este ejercicio, imaginamos que será sacar una letra de la bolsa

Ejercicio 104 *Se extraen dos bolas de esta bolsa. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas? ¿Cuál es la probabilidad de que las tres sean rojas?*

Si extraemos dos bolas de la bolsa, ¿cómo van a ser las tres bolas extraídas rojas? El ejercicio está mal redactado

$P(\text{ 2 rojas}) = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{7}$

Ejercicio 105 *Dada una baraja española (40 cartas repartidas en 4 palos. Cada palo con cartas del 1 al 7, sota, caballo y rey). Calcula las siguientes posibilidades:*

Las posibilidades no se calculan, en todo caso se puede hallar una probabilidad. La posibilidad de extraer un caballo no es lo mismo que la probabilidad de extraer un caballo. No existe, en esta baraja, la posibilidad de extraer el tres de picas pero la probabilidad de extraer un caballo es $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$*. No se especifica en qué consiste el experimento, ¿cómo se extraen las cartas, de una en una, de dos en dos, medio mazo de cartas de una vez, ...? El ejercicio está mal redactado*

a) Posibilidad de obtener un caballo
Probabilidad de obtener caballo $= \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b) Posibilidad de obtener una carta que NO sea una figura . Probabilidad de no figura $= \frac{24}{40} = \frac{3}{15}$

Ejercicio 106 *Extraemos dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de:*

a) Sacar dos treses. $\boxed{\frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}}$

b) Sacar un tres y un dos. $\boxed{\frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39} = \frac{2}{195}}$

c) Sacar una carta que sea oro. $\boxed{\frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{130}}$

d) Sacar un 7 y 8. Es imposible sacar un 8 en esta baraja, no existe carta con el numero 8. La probabilidad del suceso imposible es <u>*cero*</u>

Ejercicio 107 *Lanzamos dos dados sucesivamente, es decir primero uno y luego otro. Halla la probabilidad de obtener "impar en el primero y "mayor que 4 en el segundo.*

Solución:

Sea A = Sacar número impar, Sea B = sacar número mayor que 4. Estos sucesos son independientes, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

Ejercicio 108 *Se lanzan dos dados de diferente color uno azul y uno rojo. Construye una tabla para calcular la probabilidad de:*

COLOR	R1	R2	R3	R4	R5	R6
A1	2	3	4	5	6	7
A2	3	4	5	6	7	8
A3	4	5	6	7	8	9
A4	5	6	7	8	9	10
A5	6	7	8	9	10	11
A6	7	8	9	10	11	12

$R_i \equiv$ *cara i del dado rojo* $1 \leq i \leq 6$

$A_i \equiv$ *cara i del dado azul* $1 \leq i \leq 6$

En la tabla, la celda en donde se intersectan R_i *y* A_i *se da la suma de los números que corresponden a la cara.*

a) que entre los dos sumen menos de 3. $\boxed{\Rightarrow \frac{1}{36}}$

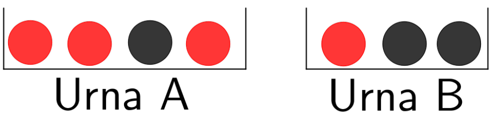
b) que alguno de los dos sea 5. $\boxed{\Rightarrow \frac{11}{36}}$

Es de suponer que la tabla a la que se refiere el problema es, hallar el espacio muestral del experimento y seleccionar en ese espacio muestral los casos favorables

Ejercicio 109 *Extraemos una bola de la urna A y la echamos en la B. Después, sacamos una bola de B. Calcula la probabilidad de que:*

a) Ambas sean rojas.

b) Ambas sean negras.

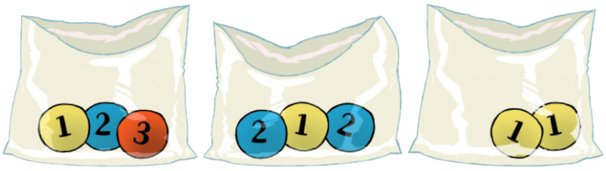


Solución:

a) P(ambas rojas)= P(roja en A) $\cdot$ *P(roja en B)* $= \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{8}$

b) P(ambas negras) = P(negra en A) · P(negra en B) $= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$

Ejercicio 110 *De cada una de estas bolsas extraemos una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de las tres cifras sea 5?*



Solución:

De la tercera bolsa seguro que sacamos una bola de un punto.

Si en la primera urna sacamos uno, es imposible sacar suma 5.

Si sacamos un 2 en la primera urna, hemos de sacar otro 2 en la segunda para obtener suma 5, $P(2 \text{ en } 1^a).P(2 \text{ en } 2^a) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

Si sacamos un 3 en la primera urna, hemos de sacar 1 en la segunda para obtener suma 5, $P(3 \text{ en } 1^a).P(1 \text{ en } 2^a) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

$P(\text{ suma } 5) = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$

Ejercicio 111 *Marina y Paula se apuestan tintarle el color de pelo a la que pierda con el color que la ganadora quiera. Para saber quién gana juegan a pares o nones con las siguientes reglas. La ganadora del torneo será la que o bien gane dos partidas seguidas, o bien gane tres partidas. No se tienen en cuenta los empates. Dibuja el árbol con todas las posibles combinaciones.*

Solución: