LA REGLA DE TRES
O REGLA DE ORO

Miguel Galo Fernández

22 de diciembre de 2018

Figura 1: La regla de tres

Índice de Contenidos

1. Un poco de historia

El Tratado Elemental de Matemáticas de José Mariano Vallejo (1779-1846) comenzó a publicarse en 1813, en una época en que el interés por el estudio de la matemática no se situaba tanto en la sociedad civil como en las instituciones militares. Este interés será argüido por Vallejo para defender la necesidad de escuelas de instrucción primaria, porque así será posible "tener un buen plantel de cabos y sargentos" (Los Ritos en la Enseñanza de la Regla de Tres Bernardo Gómez). Desde comienzos del siglo XIX se ha ido enseñando la regla de tres de la misma forma, sin prácticamente variación alguna, cometiendo las mismas imprecisiones y falta de rigor. ¿Cómo es posible que en el siglo XXI se siga enseñando de manera tan torticera este algoritmo?

El curriculum de matemáticas escolares en el siglo XIX estaba diseñado para capacitar de manera práctica al estudiante, de modo que al finalizar los estudios los conocimientos le sirvieran en su vida profesional. Tengamos presente que nos estamos refiriendo a la enseñanza en la clase media o media-alta. La instrucción en la masa trabajadora no existía. Los que recibían instrucción o bien ejercían profesiones liberales o bien se dedicaban al comercio (dueños de pequeñas tiendas o empleados cualificados en empresas). En el referido texto de José Mariano Vallejo se daba todo un recetario para aplicarlo a la resolución mecánica de ciertos problemas cotidianos como:

- la regla de tres simple (problemas de hallar un cuarto proporcional conocidos los otros tres) y compuesta (más de una regla de tres)
- la regla de compañías (reparto del beneficio),
- la regla conjunta (trueques),
- la regla de aligación (precio medio y composición de una mezcla o aleación en cantidades convenidas),
- la regla de interés (beneficio de un capital a una tasa convenida),
- la regla de descuento (comercial),
- las reglas de falsa posición (usar números arbitrarios y supuestos para encontrar el verdadero)
- las acciones simultáneas (problemas de grifos, relojes, móviles, trabajos en conjunto y similares).
- las herencias, parentescos o testamentos.
- los arrendamientos,
- las baratas (Trueque de una mercancía por otra)
- los cambios (de una moneda por otra)
- las escalas.
- la tara, el seguro, el descuento, la avería (porcentajes)

Todos estos algoritmos son innecesarios, basta con entender bien las situaciones y aplicar sencillos razonamientos para solucionar el problema del que se trate.

En nuestro mundo se pretende que los alumnos accedan al conocimiento. Sobran algoritmos descerebrados expuestos con el único fin de calcular por calcular y para tenemos máquinas.

2. Magnitudes proporcionales

Definición 1 *Dos magnitudes x e y se dicen directamente proporcionales si se relacionan por medio de una función de la forma $y = kx$. En la aritmética tradicional se dice que dos magnitudes x e y son directamente proporcionales si al aumentar x también aumenta y. Esta definición es imprecisa y falaz ya que si, por ejemplo, $y = 3x^2 + 5x + 6$, x e y serían directamente proporcionales: $x_1 < x_2 \Rightarrow 3x_1^2 + 5x_1 + 6 < 3x_2^2 + 5x_2 + 6 \Rightarrow y_1 < y_2$. La definición de la aritmética tradicional choca con la definición algebraica y no es válida*

Definición 2 *Dos magnitudes x e y se dicen inversamente proporcionales si se relacionan por medio de una función de la forma $y = \frac{k}{x}$. En la aritmética tradicional se dice que dos magnitudes x e y son inversamente proporcionales si al aumentar x disminuye y. Esta definición es imprecisa y falaz ya que si, por ejemplo, $y = \frac{3}{6x^2+5}$, x e y serían directamente proporcionales: $x_1 < x_2 \Rightarrow y_1 = \frac{3}{6x_1^2+5} > y = \frac{3}{6x_2^2+5} \Rightarrow y_1 > y_2$. De nuevo la definición de la aritmética tradicional choca con la definición algebraica y no es válida.*

En los libros de texto actuales que he podido ver, cuando tratan esta anticualla que es la regla de tres, que se paran muy poco a pensar si las variables que se manejan son proporcionales. Porque no es una cuestión dicotómica tal y como lo presenta la aritmética tradicional. Un profesor de 3º de ESO proponía a los alumnos suspensos en junio el siguiente ejercicio para que practicaran la recuperación de septiembre: ***" Una taza de agua eleva su temperatura en 7 ºC al estar 50 minutos al sol, ¿cuántos grados se elevará después de 2 horas?".*** *No está muy claro que el tiempo de exposición al sol sea una magnitud directamente proporcional a la temperatura adquirida. Imaginemos que a las 19:30 horas del día 16 de agosto en el que lució un sol de justicia, exponemos al sol un vaso con agua. Comprobamos que a las 20 horas la temperatura se ha elevado 7ºC. Si dejamos la taza expuesta al sol y medimos su temperatura a las 20:50 horas (todavía luce el sol) seguramente la temperatura haya descendido (el sol del ocaso emite menos calor). Está claro que estas magnitudes no son directamente proporcionales.*

Un error que se suele cometer con frecuencia es interpretar como relación de proporcionalidad una relación entre variables con escalas logarítmicas o escalas exponenciales. Por ejemplo la escala de Richter para medir el poder destructivo de un terremoto viene dada por la expresión $M = log\left(\frac{A \cdot \Delta t^3}{1{,}62}\right)$, donde A representa la amplitud de la onda sísmica, Δt es el incremento de tiempo transcurrido desde que aparecen las ondas P hasta que lo hacen las S y M es la energía liberada (poder destructivo). En esta escala logarítmica , a diferencia de la escala lineal, si el valor M=4 tiene un determinado poder destructivo, M=8 no tiene un valor destructivo doble del anterior, este valor es muchísimo mayor, esta es una particularidad de la escala logarítmica. No hay una relación de proporcinalidad entre las variables M, A y Δt.

3. Regla de tres simple directa

1. *Exposición tradicional a modo de la Aritmética de José Mariano Vallejo (principios del siglo XIX). Tenemos dos magnitudes directamente proporcionales a las que llamaremos* $Magnitud_1$ *y* $Magnitud_2$. *Con esto queremos decir que a más cantidad de la* $Magnitud_1$ *corresponde más cantidad de la magnitud* $Magnitud_2$ *(ya hemos visto anteriormente que esta terminología puede dar lugar a equívocos). A la cantidad* ***a*** *de la magnitud* $Magnitud_1$ *le corresponde una cantidad* ***b*** *de la* $Magnitud_2$. *El problema que se nos presenta es que conocido el valor* ***c*** *de la* $Magnitud_1$, *queremos hallar el valor que le corresponde en la* $Magnitud_2$, *tal y como se recoge en la siguiente tabla:*

$$\begin{array}{ccc} Magnitud_1 & \longrightarrow & Magnitud_2 \\ a & \longrightarrow & b \\ c & \longrightarrow & x \end{array}$$

En la tabla anterior hay dos pares de valores opuestos si imaginamos, por ejemplo, que a,b,c y x son los vértices de un cuadrado. Pues bien, la solución x se obtiene multiplicando los valores opuestos en donde no está x y dividiendo por el valor opuesto a x, es decir la solución es $\boxed{x = \dfrac{b \cdot c}{a}}$

Esto se está enseñando actualmente en colegios e institutos. No es conocimiento, estos algoritmos de cálculo no aportan nada a la formación de los alumnos. Si se trata de calcular por calcular y la enseñanza de las matemáticas no debe ir encaminada a eso, ¿por qué no se utiliza software que ejecute el algoritmo?, lo mismo daría, el conocimiento de los alumnos iba a ser el mismo. Por ejemplo elaborar un programa para resolver una regla de tres simple directa con Python es muy sencillo, ahí va el código:

```
# Programa para regla de tres directa
a=float(input('ingrese el valor de la primera magnitud :'))
b=float(input('ingrese el valor de la segunda magnitud proporcional al anterior :'))
c=float(input('ingrese el valor de la primera magnitud cuyo valor proporcional en la segunda magnitud queremos hallar :'))
x=b*c/a
print('El valor que buscamos es x=',x)
```

2. *Para añadir conocimiento a los alumnos, el desarrollo de la solución podría ser algo parecido a lo que expongo a continuación:*

   Si la variable que indica la cantidad de la $Magnitud_1$ *es x y la correspondiente a la* $Magnitud_2$ *es y, si son directamente proporcionales entonces su relación es* $y = k \cdot x$ *para un cierto valor* $k \in \mathbb{R}$, *a este valor se le llama constante de proporcionalidad de y respecto a x. Según hemos indicado en la tabla, si* $x = a \Rightarrow y = b$ *con lo que se establece la ecuación* $b = k \cdot a \Rightarrow k = \dfrac{b}{a}$. *Luego la relación entre x e y viene dada por* $y = \dfrac{b \cdot x}{a}$ *y para el valor* $x = c$ *obtenemos* $\boxed{y = \dfrac{b \cdot c}{a}}$, *esta es la solución.*

4. Regla de tres simple inversa

1. *Exposición tradicional a modo de la Aritmética de José Mariano Vallejo (principios del siglo XIX). Tenemos dos magnitudes inversamente proporcionales a las que llamaremos* $Magnitud_1$ *y* $Magnitud_2$*. Con esto queremos decir que a más cantidad de la* $Magnitud_1$ *corresponde menos cantidad de la magnitud* $Magnitud_2$ *(ya hemos visto anteriormente que esta terminología puede dar lugar a equívocos). A la cantidad* $\boldsymbol{a}$ *de la magnitud* $Magnitud_1$ *le corresponde una cantidad* $\boldsymbol{b}$ *de la* $Magnitud_2$*. El problema que se nos presenta es que conocido el valor* $\boldsymbol{c}$ *de la* $Magnitud_1$*, queremos hallar el valor que le corresponde en la* $Magnitud_2$*, tal y como se recoge en la siguiente tabla:*

$$\begin{array}{ccc} Magnitud_1 & \longrightarrow & Magnitud_2 \\ a & \longrightarrow & b \\ c & \longrightarrow & x \end{array}$$

Si en la tabla trazamos un rectángulo imaginario de vértices a,b,c y x*, podemos calcular* x *como el producto de los vértices del lado paralelo que no contiene a* x*, dividido por el vértice del lado paralelo que contiene a* x*, es decir que la solución viene dada por* $\boxed{x = \dfrac{a \cdot b}{c}}$*. Esto se está enseñando, tal y como se ha dicho, en colegios e institutos actualmente. Con esta forma de desarrolar las matemáticas no se transmite conocimiento, si se trata de calcular por calcular la solución lo más prudente es utilizar software. Por ejemplo en Python es tremendamente sencillo, de manera análoga a lo que hicimos en el apartado anterior, elaborar un programa para ello:*

```
# Programa para regla de tres inversa
a=float(input('ingrese el valor de la primera magnitud :'))
b=float(input('ingrese el valor de la segunda magnitud proporcional al anterior :'))
c=float(input('ingrese el valor de la primera magnitud cuyo valor proporcional en la segunda magnitud queremos hallar :'))
x=a*b/c
print('El valor que buscamos es x=',x)
```

2. *Para añadir conocimiento a los alumnos, el desarrollo de la solución podría ser algo parecido a lo que expongo a continuación:*

   Si la variable que indica la cantidad de la $Magnitud_1$ *es* x *y la correspondiente a la* $Magnitud_2$ *es* y*, si son directamente proporcionales entonces su relación es* $y = \dfrac{k}{x}$ *para un cierto valor* $k \in \mathbb{R}$*, a este valor se le llama constante de proporcionalidad de* y *respecto a* x*. Según hemos indicado en la tabla, si* $x = a \Rightarrow y = b$ *con lo que se establece la ecuación* $b = \dfrac{k}{a} \Rightarrow k = a \cdot b$*. Luego la relación entre* x *e* y *viene dada por* $y = \dfrac{a \cdot b}{x}$ *y para el valor* $x = c$ *obtenemos* $\boxed{y = \dfrac{a \cdot b}{c}}$*, esta es la solución.*

5. Regla de tres compuesta directa

Supongamos ahora tres magnitudes $Magnitud_1$*,* $Magnitud_2$ *y* $Magnitud_3$*, con variable representativas, respectivamente,* x*,* y*,* z*. Supongamos que hay una relación de proporcionalidad* *directa entre las variables z, x y entre las variables z,y, es decir que* $z = k \cdot x$, $z = l \cdot y$. *Si la proporción para* $z = b$ *es* $x = a$, $y = c$, *el problema consiste en hallar que valor de z correspondería a los valores* $x = d$, $y = e$ *tal y como se indica en la siguiente tabla:*

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
a	b	c
d	x	e

En la aritmética tradicional de comienzos del siglo XIX, a cada columna de la tabla anterior habría que colocarle de arriba hacia abajo a cada uno de sus valores un signo "-", "+" si se trata de una proporcionalidad directa y un "+", "-" si la proporcionalidad es inversa. La columna en donde está la incógnita que queremos calcular siempre va marcada con "+", "-". De esta forma la tabla quedaría así:

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
$\ominus a$	$\oplus b$	$\ominus c$
$\oplus d$	$\ominus x$	$\oplus e$

y la solución vendría dada por $\boxed{x = \dfrac{Producto\ de\ \oplus}{Producto\ de\ \ominus} = \dfrac{b \cdot d \cdot e}{a \cdot c}}$

Me duele que en el siglo XXI se esté enseñando matemáticas de este modo, no se transmite conocimiento. Una forma más racional de tratar este caso sería empleando la técnica mutatis mutandi, se decir simplificar el problema dejando una variable fija. Dejemos fija la $Magnitud_3$ *variando las demás como indicamos en la tabla:*

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
a	b	c
d	x	c

según hemos visto en el apartado de la regla de tres simple directa la solución es $x = \dfrac{b \cdot d}{a}$. *Tenemos ahora una nueva proporción dada por la tabla:*

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
d	$\dfrac{b \cdot d}{a}$	c
d	x	e

Fijando ahora la $Magnitud_1$ *y resolviendo la proporcionalidad directa entre* $Magnitud_2$ *y* $Magnitud_3$ *tenemos que* $x = \dfrac{\frac{b \cdot d}{a} \cdot e}{c} = \dfrac{b \cdot d \cdot e}{a \cdot c}$. *Si hubiera más de tres magnitudes está claro el procedimiento a seguir.*

6. Regla de tres compuesta inversa

Supongamos ahora tres magnitudes $Magnitud_1$, $Magnitud_2$ *y* $Magnitud_3$, *con variable representativas, respectivamente,* x, y, z. *Supongamos que hay una relación de proporcionalidad inversa entre las variables* z, x *y entre las variables* z,y, *es decir que* $z = \frac{k}{x}$, $z = \frac{l}{y}$. *Si la proporción para* $z = b$ *es* $x = a$, $y = c$, *el problema consiste en hallar que valor de* z *correspondería a los valores* $x = d$, $y = e$ *tal y como se indica en la siguiente tabla:*

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
a	b	c
d	x	e

En la aritmética tradicional de comienzos del siglo XIX, a cada columna de la tabla anterior habría que colocarle de arriba hacia abajo a cada uno de sus valores un signo "-", "+" si se trata de una proporcionalidad directa y un "+", "-" si la proporcionalidad es inversa. La columna en donde está la incógnita que queremos calcular siempre va marcada con "+", "-". De esta forma la tabla quedaría así:

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
$\oplus a$	$\oplus b$	$\oplus c$
$\ominus d$	$\ominus x$	$\ominus e$

y la solución vendría dada por $\boxed{x = \dfrac{Producto\ de\ \oplus}{Producto\ de\ \ominus} = \dfrac{a \cdot b \cdot c}{d \cdot e}}$

Una forma más racional de tratar este caso sería empleando la técnica mutatis mutandi, se decir simplificar el problema dejando una variable fija. Dejemos fija la $Magnitud_3$ *variando las demás como indicamos en la tabla:*

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
a	b	c
d	x	c

según hemos visto en el apartado de la regla de tres simple inversa la solución es $x = \dfrac{a \cdot b}{d}$. *Tenemos ahora una nueva proporción dada por la tabla:*

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
d	$\dfrac{a \cdot b}{d}$	c
d	x	e

Fijando ahora la $Magnitud_1$ *y resolviendo la proporcionalidad inversa entre* $Magnitud_2$ *y* $Magnitud_3$ *tenemos que* $x = \dfrac{\frac{a \cdot b}{d} \cdot c}{e} = \dfrac{a \cdot b \cdot c}{d \cdot e}$. *Si hubiera más de tres magnitudes está claro el procedimiento a seguir.*

7. Regla de tres compuesta directa/inversa

Supongamos ahora tres magnitudes $Magnitud_1$, $Magnitud_2$ y $Magnitud_3$, con variable representativas, respectivamente, x, y, z. Supongamos que hay una relación de proporcionalidad directa entre las variables z, x e inversa entre las variables z,y, es decir que $z = k \cdot x$, $z = \dfrac{l}{y}$. Si la proporción para $z = b$ es $x = a$, $y = c$, el problema consiste en hallar que valor de z correspondería a los valores $x = d$, $y = e$ tal y como se indica en la siguiente tabla:

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
a	b	c
d	x	e

Siguiendo la receta de la aritmética tradicional del $\oplus$, $\ominus$ la tabla quedaría así:

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
$\ominus a$	$\oplus b$	$\oplus c$
$\oplus d$	$\ominus x$	$\ominus e$

y la solución vendría dada por $\boxed{x = \dfrac{Producto\ de\ \oplus}{Producto\ de\ \ominus} = \dfrac{b \cdot c \cdot d}{a \cdot e}}$

Razonemos ahora la solución, mutatis mutandi, dejemos fija la $Magnitud_3$ variando las demás como indicamos en la tabla:

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
a	b	c
d	x	c

según hemos visto en el apartado de la regla de tres simple directa la solución es $x = \dfrac{b \cdot d}{a}$. Tenemos ahora una nueva proporción dada por la tabla:

$Magnitud_1$	$Magnitud_2$	$Magnitud_3$
d	$\dfrac{b \cdot d}{a}$	c
d	x	e

Fijando ahora la $Magnitud_1$ y resolviendo la proporcionalidad inversa entre $Magnitud_2$ y $Magnitud_3$ tenemos que $x = \dfrac{\frac{b \cdot d}{a} \cdot c}{e} = \dfrac{b \cdot d \cdot c}{a \cdot e}$. Si hubiera más de tres magnitudes está claro el procedimiento a seguir.