

1 El Principio del palomar

El principio del palomar establece que si hay más palomas que palomares en alguno de ellos debe haber más de una paloma. Tal y como lo hemos enunciado parece muy burdo, vamos a darle una forma más matemática. Si n palomas viven en m palomares y $n > m$ entonces en alguno de los palomares se aloja más de una paloma.

Para los que tengan conocimientos básicos de álgebra, el enunciado más preciso y elegante de este principio sería: Sean A y B dos conjuntos finitos tales que $\text{cardinal}(A) > \text{cardinal}(B)$. Entonces no existe una aplicación inyectiva $f : A \rightarrow B$

Demostración

Sea $\text{cardinal}(A) = n$ y $\text{cardinal}(B) = m$. Procedemos por inducción sobre m :

Para $m = 0$ tenemos que $B = \emptyset$ y es evidente que al ser $A \neq \emptyset$ es imposible establecer una aplicación $f : A \rightarrow B$, en particular tampoco lo podemos hacer si imponemos además que f deba ser inyectiva.

Supongamos que el principio es cierto para $n = k$, vamos a probarlo para $m = k + 1$. Si $a \in A$ se pueden dar dos casos: o bien existe $a' \neq a$ tal que $f(a) = f(a')$ en cuyo caso queda establecido el principio, o bien $\forall a' \in A \Rightarrow f(a) \neq f(a')$. En este caso consideramos el conjunto $\mathcal{A} = A - \{a\}$ y restringimos la aplicación a este conjunto $f : \mathcal{A} \rightarrow B$. Como $\text{cardinal}(\mathcal{A}) = m$, por hipótesis de inducción f no es inyectiva y, si no es inyectiva en el conjunto restringido tampoco lo es en A .

La función f es la que asocia a cada paloma (numerada de 1 hasta n) con un palomar numerados de 1 hasta m).

Adolfo Quirós, portavoz de la Real Sociedad Matemática Española (RSME) ha declarado: *"El anumerismo no es culpa de los de letras. Las matemáticas son difíciles", admite el teórico, "y al enseñarlas, los matemáticos no deberíamos poner tanto énfasis en las cuentas como en las ideas". "Presionados por los programas nos concentramos en enseñar a sumar, y ello te quita tiempo para enseñar a pensar en cómo se suma"*.

Veamos un ejemplo del principio del palomar que nos demuestra lo potente que este resultado: En una fiesta con 100 personas, algunos invitados se dan la mano y otros no, pero puedo estar seguro de que al menos dos han saludado al mismo número de gente. ¿Por qué?

los invitados son palomas y sus saludos, palomares. Al ser un gesto recíproco (uno no se estrecha la mano así mismo), solo hay 99 saludos posibles para 100 invitados, con lo que dos se estrujarán en el mismo palomar numérico.