PRUEBA GLOBAL MATEMÁTICAS 3ºESO
Junio de 2017

1. Ejercicio 1

Indica cuáles de los siguientes números son naturales, cuáles son enteros, cuáles racionales y cuáles irracionales:

$$\frac{3}{4},\ -\frac{8}{2},\ \sqrt{100},\quad \sqrt{12},\quad 3,\widehat{25}\quad 2,5$$

Solución:

Un brevísimo resumen sobre la clasificación de los números. Los números naturales son los que emplea el hombre para contar u ordenar objetos. Se representan por el conjunto $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$. Los números enteros están formados por los naturales con signo negativo, el cero y los naturales con signo positivo, se representan mediante el conjunto $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...\}$. Los números racionales se obtienen como cociente de dos números enteros con denominador no nulo. Estos números son números con un número finito de cifras decimales o infinitas pero en este caso las cifras decimales han de ser periódicas. El conjunto de los números racionales se representa por $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}\ donde\ a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{Z}\ y\ b \neq 0\right\}$. Hay números que no son racionales, se llaman irracionales y se caracterizan por tener infinitas cifras decimales no periódicas. Hay dos tipos de números irracionales: los algebraicos que son soluciones de una ecuación algebraica como por ejemplo $\sqrt{p},\ p\ primo$ que es solución de la ecuación $x^2 - p = 0$, y los transcendentes que no son solución de ninguna ecuación algebraica como por ejemplo π. El conjunto de los números irracionales se representa por $\mathbb{I}$

Resulta que el conjunto de los números naturales está contenido en el conjunto de los números enteros y este en el conjunto de los números racionales. Asi que si un números es natural, también es entero y racional, si es entero también es racional (aunque no tiene porqué ser natural). Respondemos al ejercicio:

- $\frac{3}{4}$ es racional
- $-\frac{8}{2} = -4$ es entero
- $\sqrt{100} = 10$ es natural

- $\sqrt{12} = 2 \cdot \sqrt{3}$ es irracional al serlo $\sqrt{3}$
- $3,\overset{\frown}{25}$ es un número racional al tener un número infinito de cifras decimales periódicas
- $2,5$ es un número racional al tener un número finito de cifras decimales

2. Ejercicio 2

Calcula y expresa el resultado en notación científica: $\dfrac{9{,}45 \cdot 10^5}{7 \cdot 10^4} + 1{,}5 \cdot 10^8$

Solución

$$\frac{9{,}45 \cdot 10^5}{7 \cdot 10^{-4}} + 1{,}5 \cdot 10^8 = 1{,}35 \cdot 10^9 + 1{,}5 \cdot 10^8 = 13{,}5 \cdot 10^8 + 1{,}5 \cdot 10^8 = (13{,}5 + 1{,}5) \cdot 10^8 = 15 \cdot 10^8$$

3. Ejercicio 3

Opera y simplificá:

a) $\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{6} : \dfrac{1}{2} - 1,\overset{\frown}{6} - \left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} \right]$

b) $\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2} : \left(\dfrac{3}{2}\right)^4 \right]^{-1}$

Solución

a) $\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{6} : \dfrac{1}{2} - 1,\overset{\frown}{6} - \left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} \right]$. En primer lugar vamos a hallar la fracción generatiz de $1,\overset{\frown}{6}$. Sea $x = 1,\overset{\frown}{6} \Rightarrow 10x = 16,\overset{\frown}{6} \Rightarrow 10x - x = 16,\overset{\frown}{6} - 1,\overset{\frown}{6} = 15$. Luego $9x = 15 \Rightarrow x = \dfrac{15}{9} = \dfrac{5}{3}$. La expresión que queremos calcular se convierte en $\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{6} : \dfrac{1}{2} - \dfrac{5}{3} - \left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} \right] = \dfrac{2}{3} + \dfrac{2}{6} - \dfrac{5}{3} \cdot \left(\dfrac{1}{4} + 9\right) = \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{3} - \dfrac{5}{3} \cdot \dfrac{37}{4} = 1 - \dfrac{185}{12} = \boxed{-\dfrac{173}{12}}$

b) $\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2} : \left(\dfrac{3}{2}\right)^4 \right]^{-1} = \left[\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2} : \left(\dfrac{3}{2}\right)^4 \right]^{-1} = \left[\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-2} \right]^{-1} = \left(\dfrac{3}{2}\right)^{2} = \boxed{\dfrac{9}{4}}$

4. Ejercicio 4

Opera, siempre que puedas, y simplifica extrayendo factores del radical :

a) $2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{24} = 2 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 6} = 4 \cdot \sqrt{6}$

b) $3 \cdot \sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{5} = \left(3 + \frac{1}{4}\right) \cdot \sqrt{5} = \frac{13}{4} \cdot \sqrt{5}$

c) $\sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{3}$. Solo se pueden sumar y restar radicales semejantes, la expresión dada no se puede operar al tratarse de radicales que no son semejantes.

d $\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

5. Ejercicio 5

a) Marta compra un equipo de música que cuesta 250€. A la hora de pagar le aplican un descuento del 15 % y el lVA del 16 %. ¿Cuánto pagará finalmente por el equipo de música?

b) En esa misma tienda, compra un televisor por el que paga 400€ una vez aplicado el descuento del 15 % y el IVA del 16 %. ¿Cuál era el precio inicial del televisor?

Solución

a) Precio sin IVA una vez aplicado el descuento $= 0'85 \cdot 250 = 212\text{'}5$ €. Si ahora aplicamos a este precio el 16 % de IVA, lo que habremos de pagar es $212'5 + 0'16 \cdot 212'5 =$
$= 1'16 \cdot 212'5 = \boxed{246\text{'}50€}$

b) Si x era el precio del televisor antes del descuento y de aplicarle el IVA, entonces $0'85 \cdot x + 0'16 \cdot 0'85 \cdot x = 400 \Rightarrow 1'16 \cdot 0'85 \cdot x = 400 \Rightarrow x = \frac{400}{0'986} = \boxed{405\text{'}68€}$

6. Ejercicio 6

Dos grupos de estudiantes van de viaje de fin de curso: El grupo A tiene 24 estudiantes, y por un viaje de cinco días pagan, en total, 5 400 euros. El grupo B tiene 18 estudiantes y pagan en total 2 430 euros. Si los dos grupos viajan con las mismas condiciones, ¿cuántos días dura el viaje del grupo B?

Solución

Yo prefiero hacer estos ejercicios sin reglas de tres, ¡odio las recetas que no se justifican! Voy a resolver el ejercicio de las dos formas, con regla de tres y sin regla de tres.

i) Con regla de tres

$$\begin{array}{ccccc} \text{Estudiantes} & \longmapsto \text{inversa} \longmapsto & \text{Días} & \longmapsto \text{directa} \longmapsto & \text{coste} \\ 24 & \downarrow & 5 & \uparrow & 5\ 400 \\ 18 & \downarrow & x & \uparrow & 2\ 340 \end{array}$$

A partir de este cuadro anterior generamos la ecuación:

$$\frac{5}{x}=\frac{18}{24}\cdot\frac{5400}{2340}\Rightarrow\frac{5}{x}=\frac{3}{4}\cdot\frac{20}{9}\Rightarrow\frac{5}{x}=\frac{5}{3}\Rightarrow\boxed{x=3\text{ días}}$$

ii) Sin regla de tres

$$\text{Coste de un estudiante del grupo A en 5 días}=\frac{5400}{24}=225€$$
$$\text{Coste de un estudiante del grupo A en un día}=\frac{225}{5}=45€$$
$$\text{Coste de un estudiante del grupo B en } x \text{ días}=\frac{2340}{18}=135€\Rightarrow x=\frac{135}{45}=\boxed{3\text{ días}}$$

7. Ejercicio 7

Calcula la suma de los 40 primeros múltiplos de 3

Solución

La sucesión de los múltiplos de 3: $\{a_1=0,\ a_2=3,\ a_3=6,\ a_4=9,\ \cdots\}$ es una progresión aritmética de diferencia 3. La suma de los 40 primeros términos de esta progresión viene dada por la expresión $S_{40}=\dfrac{(a_1+a_{40})\cdot 40}{2}$. Resulta que no sabemos el valor de a_{40}. La expresión del término general de una progresión aritmética de diferencia d viene dada por $a_n=a_1+(n-1)\cdot d$ y en nuestro caso $a_{40}=0+39\cdot 3=117$. Luego $S_{40}=\dfrac{(a_1+a_{40})\cdot 40}{2}=$ $=117\cdot 20=\boxed{2\,340}$

8. Ejercicio 8

a) Opera y simplifica : $x\cdot(x+1)+(x-2)^2+(x+3)\cdot(x-3)$. Aplicando las igualdades notables y quitando los paréntesis: $x^2+x+x^2-4x+4+x^2-9=3x^2-3x-5$

b) Halla el cociente y el resto de la siguiente división $(4x^4-8x^3+12x-4):(2x^3-3x+4)$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & & & & 2x & -4 \\ \cline{2-6}
2x^3-3x+4 & 4x^4 & -8x^3 & & +12x & -4 \\
 & -4x^4 & & +6x^2 & -8x & \\ \cline{2-5}
 & & -8x^3 & +6x^2 & +4x & -4 \\
 & & 8x^3 & & -12x & +16 \\ \cline{3-6}
 & & & 6x^2 & -8x & +12
\end{array}$$

Dimas, la división la he puesto al modo en que lo hacen los norteamericanos, si te fijas es lo mismo que hacemos nosotros. El cociente es $C(x) = 2x - 4$ y el resto es $R(x) = 6x^2 - 8x + 12$

9. Ejercicio 9

Resuelve:

a) $\dfrac{3(x-1)}{4} - \dfrac{2x-5}{5} + \dfrac{1}{4}\left(x + \dfrac{1}{2}\right) = 5x + \dfrac{3}{8}$

b) $2x^2 + 3x - 3 = -5 - 2x + 2$

C) $\begin{cases} 4x = 12 + 2y \\ 3y + 6 = 2x \end{cases}$

Solución

a) Lo primero que hacemos es eliminar los paréntesis $\dfrac{3x-3}{4} - \dfrac{2x-5}{5} + \dfrac{x}{4} + \dfrac{1}{8} = 5x + \dfrac{3}{8}$. El mínimo común múltiplo de los denominadores es 40. Reducimos a común denominados todas las fracciones $\dfrac{30x-30}{\cancel{40}} - \dfrac{16x-40}{\cancel{40}} + \dfrac{10x}{\cancel{40}} + \dfrac{5}{\cancel{40}} = \dfrac{200x}{\cancel{40}} + \dfrac{15}{\cancel{40}}$. Eliminando los denominadores en ambos miembros de la ecuación: $30x - 30 - (16x - 40) + 10x =$ $= 200x + 15 \Rightarrow 30x - 30 - 16x + 40 + 10x = 200x + 15 \Rightarrow 30x - 16x + 10x - 200x =$ $= 30 + 15 - 40 \Rightarrow -176x = 5 \Rightarrow x = -\dfrac{5}{176}$

b) Recordemos la fórmula de Baskara para resolver ecuaciones de 2º grado en la forma $ax^2 + bx + c = 0$. La solución viene dada por $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Trasponemos todo el segundo miembro al primer miembro y nos queda $2x^2 + 5x = 0$. Como la ecuación es incompleta (falta el término en c), no procede aplicar la fórmula de Baskara. Sacamos factor común $x(5x + 5) = 0$. Si el producto de dos o más números es cero alguno de ellos ha de ser cero, es decir la solución es $\boxed{x = 0}$ o bien $5x + 5 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1}$

C) Resolvemos el sistema por igualación. Despejamos x en la primera ecuación $x = \dfrac{12 + 2y}{4}$. Despejamos x en la segunda ecuación $x = \dfrac{3y + 6}{2}$. Si igualamos ambos valores obtenemos $x = \dfrac{12 + 2y}{4} = \dfrac{3y + 6}{2}$. Ahora reducimos a común denominador, teniendo en cuenta que el mínimo común múltiplo de los denominadores es 4 $x = \dfrac{12 + 2y}{\cancel{4}} = \dfrac{6y + 12}{\cancel{4}}$. Eliminamos los denominadores en ambos miembros de la ecuación $\cancel{12} + 2y = 6y + \cancel{12} \Rightarrow -4y = 0 \Rightarrow \boxed{y = 0}$. Si sustituimos este valor de y en la ecuación $x = \dfrac{3y + 6}{2}$ obtenemos el valor $\boxed{x = 3}$

10. Ejercicio 10

Las dos cifras de un número suman 11; y, si invertimos el orden de sus cifras, el nuevo número excede en 63 unidades al número inicial. ¿De qué número se trata?

Solución

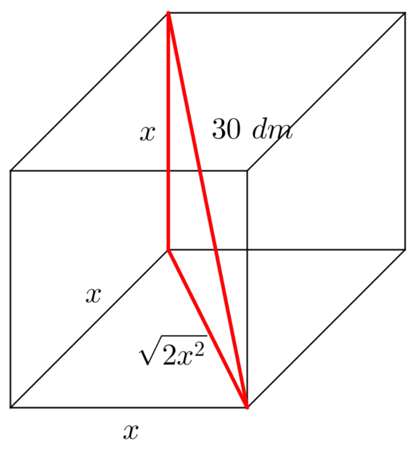
Si la escritura posicional arábiga del número es $n = xy$ su descomposición como potencias de 10 es $n = 10x+y$ El enunciado nos da una primera ecuación al decirnos que $x+y = 11$. Si invertimos las cifras la escritura posicional es yx que desarrolada en potencias de 10 quedaría como $10y + x$. El enunciado tambien nos dice que $10y + x$ excede en 63 unidades a $10x + y$, es decir que $10y + x = 10x + y + 63 \Rightarrow 9y - 9x = 63$ y dividiendo todos los sumandos por 9 $y - x = 7$. Tenemos el sistema $\left\{\begin{array}{l} x + y = 11 \\ -x + y = 7 \end{array}\right.$

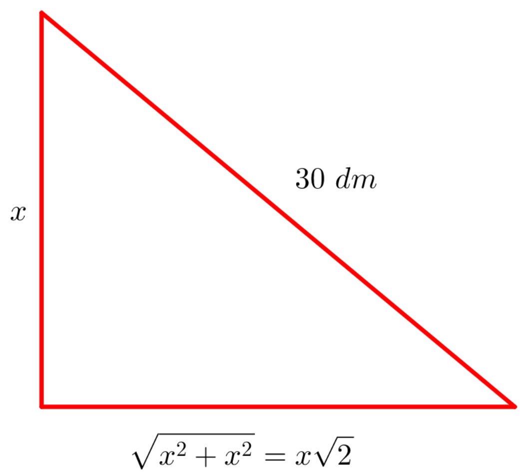
Sumando las dos ecuaciones del sistema $2y = 18 \Rightarrow y = 9$. Sustituyendo este valor en $x + y = 11$ nos queda $x + 9 = 11 \Rightarrow x = 2$. Se trata del número $\boxed{29}$

11. Ejercicio 11

La diagonal de un cubo mide 30 dm. Calcula su arista.

Solución



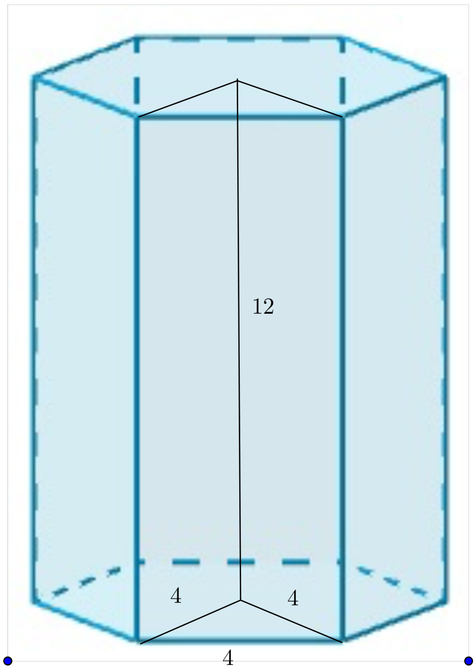


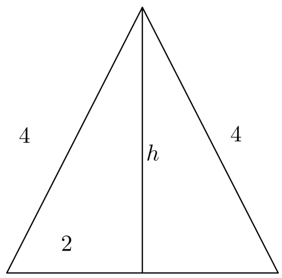
De la información que el enunciado nos da del cubo (a la izquierda), obtenemos el triángulo rectángulo de la derecha. Aplicando a este triángulo el Teorema de Pitágoras: $x^2 + 2x^2 = 900 \Rightarrow 3x^2 = 900 \Rightarrow x^2 = 300 \Rightarrow x = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$. La arista del cubo mide $\boxed{10\sqrt{3}}$ dm.

12. Ejercicio 12

Halla la superficie total y el volumen de un prisma recto de 12 cm de altura cuya base es un hexágono regular de 4 cm de lado.

Solución





Si nos fijamos en la figura, el hexágono de la base se puede dividir en 6 triángulos equilateros uniendo el centro con dos vértices consecutivos (es una particularidad del hexágono). La altura (h) de cada uno de estos triángulos es precisamente la apotema del hexágono. Según el Teorema de Pitágoras $h^2+2^2=4^2 \Rightarrow h=\sqrt{16-4}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$. El área del hexágono es $A_{base}=\dfrac{permetro \;\cdot\; apotema}{2}=\dfrac{24\cdot\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}}=24\sqrt{3}\ cm^2$. El área lateral viene dada por la expresión $A_{lateral}=permetro\ de\ la\ base{\cdot}altura=24{\cdot}12=288\ cm^2$. Al ser el área total la suma de las áreas lateral y de las dos bases $\boxed{A_{total}=288+2\cdot 24\sqrt{3}=288+48\sqrt{3}\ cm^2}$. Fijaté, Dimas, que no he querido poner la expresión decimal de este resultado, eso sería una aproximación ya que $\sqrt{3}$ es un número irracional con infinitas cifras no periódicas, imposible conocer su expresión decimal exacta. Por tanto el valor exacto del área lateral es el que te he dado. El volumen del prisma viene dado por la expresión $\boxed{V=A_{base}\cdot altura=24\sqrt{3}\cdot 12=288\sqrt{3}\ cm^3}$

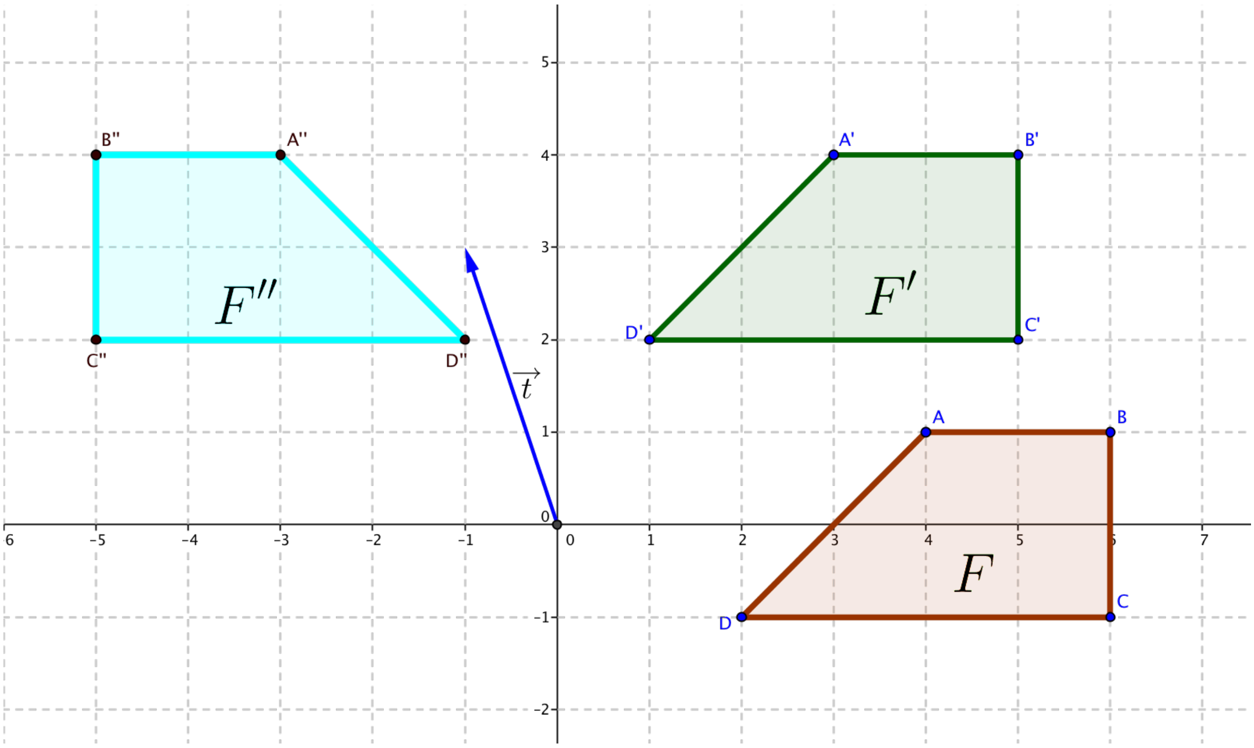
13. Ejercicio 13

Dibuja el polígono F de vértices A(4,1), B(6,1), C(6,-1) y D(2,-1).

a) Obtén la figura F' que resulta de aplicarle a F una traslación de vector $\vec{t} = (-1, 3)$

b) Aplícale a F' una simetría cuyo eje sea Y

Solución



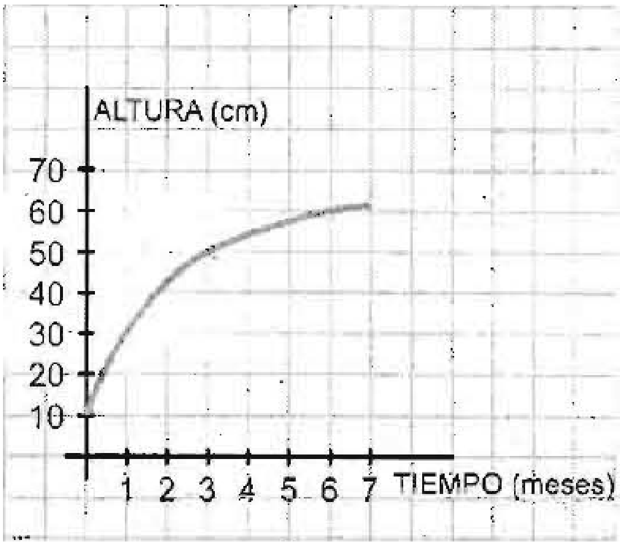
La figura F es la original

La figura F' es la que se obtiene al trasladar F segun el vector $\vec{t} = (-1, 3)$

La figura F'' es la simétrica de F respecto al eje Y

14. Ejercicio 14

La siguiente gráfica muestra el crecimiénto de una planta:



a ¿Cuál es el dominio de definición? Su dominio de definición es el intervalo cerrado $[0, 7]$

b) ¿Es una función continua o discontinua? Es una función continua según se observa en la gráfica.

c) ¿Cuánto mide al cabo de un mes? Al cabo de un mes, según se observa en la gráfica mide 30 cm.

d) ¿Cuándo mide 50cm? Según se observa en la gráfica al cabo de 3 meses mide 50 cm.

e) Explica si es una función creciente o decreciente. Se trata de una función creciente ya que al ir aumentando el tiempo, también aumenta la longitud de la planta.

15. Ejercicio 15

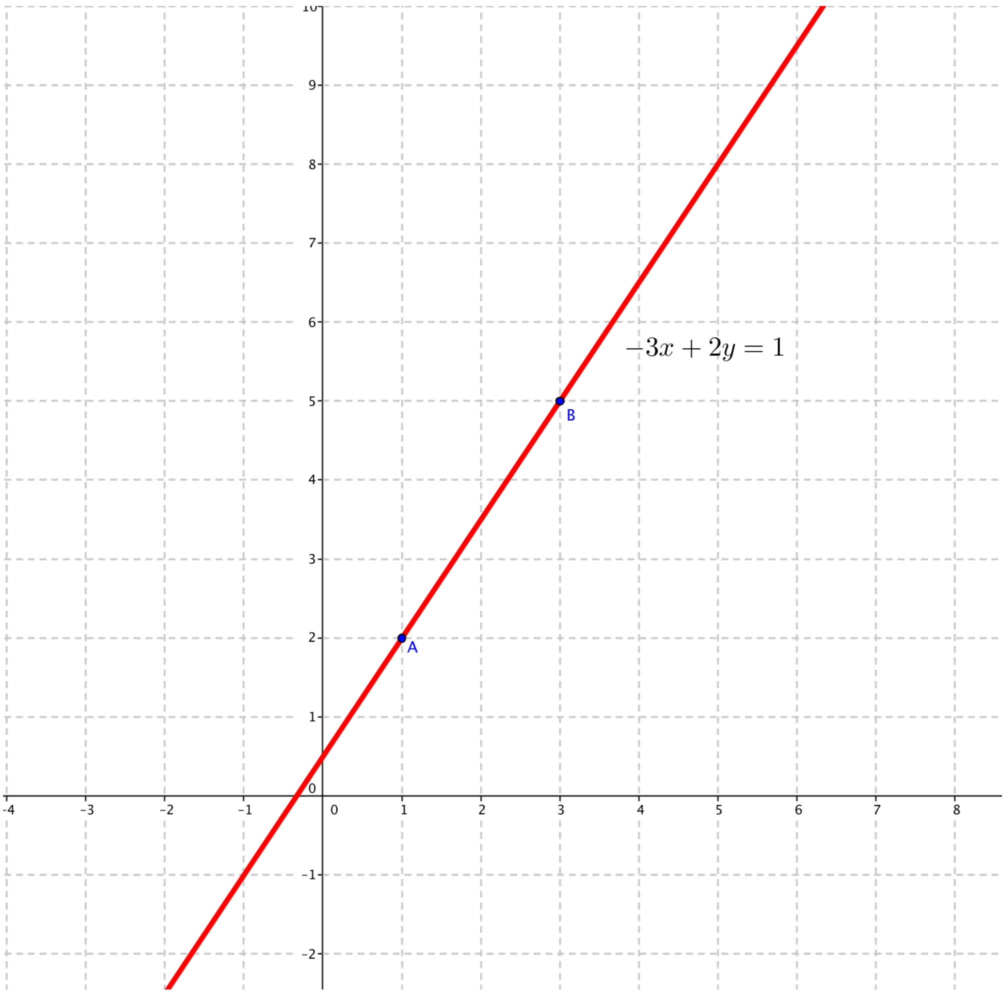
Representa la función $-3x+2y=1$. Si queremos que el punto $P(-1'5, b)$ esté en la recta, ¿qué valor ha de tomar b?

Solución

Despejamos y en la ecuación $-3x+2y=1 \Rightarrow y = \dfrac{1+3x}{2}$. Damos una tabla de valores:

x	y
1	2
3	5

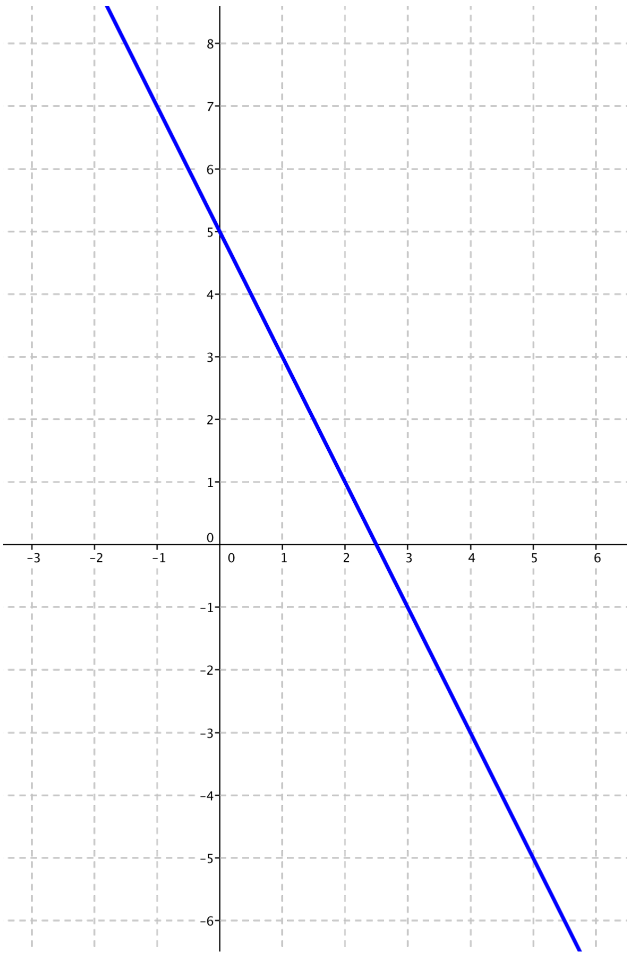
A partir de esta tabla dibujamos la gráfica como mostramos a continuación:



Si el punto $P(-1'5, b)$ pertenece a la recta debe cumplir su ecuación, es decir $-3\cdot(-1'5)+$ $+\,2b = 1 \Rightarrow 4'5 + 2b = 1 \Rightarrow 2b = -3'5 = -\dfrac{7}{2} \Rightarrow b = \dfrac{7}{4}$

16. Ejercicio 16

Escribe la ecuación de la siguiente recta:



solución

La recta pasa por los puntos $(0,5)$ y $(2,1)$ como bien puede observarse en la gráfica. La ordenada en el origen (valor de y en el punto de corte de la recta con el eje Y) vale $n = 5$. Si la ecuación de la recta es $y = mx + n \Rightarrow y = mx + 5$. Como pasa por el punto $(2,1) \Rightarrow 1 = 2m + 5 \Rightarrow m = \dfrac{-4}{2} = -2$. Luego la ecuación de la recta es $\boxed{y = -2x + 5}$

17. Ejercicio 17

Un determinado día, Mercedes ha pagado 18€por 15$ y Ana por 25$ ha pagado 30€.

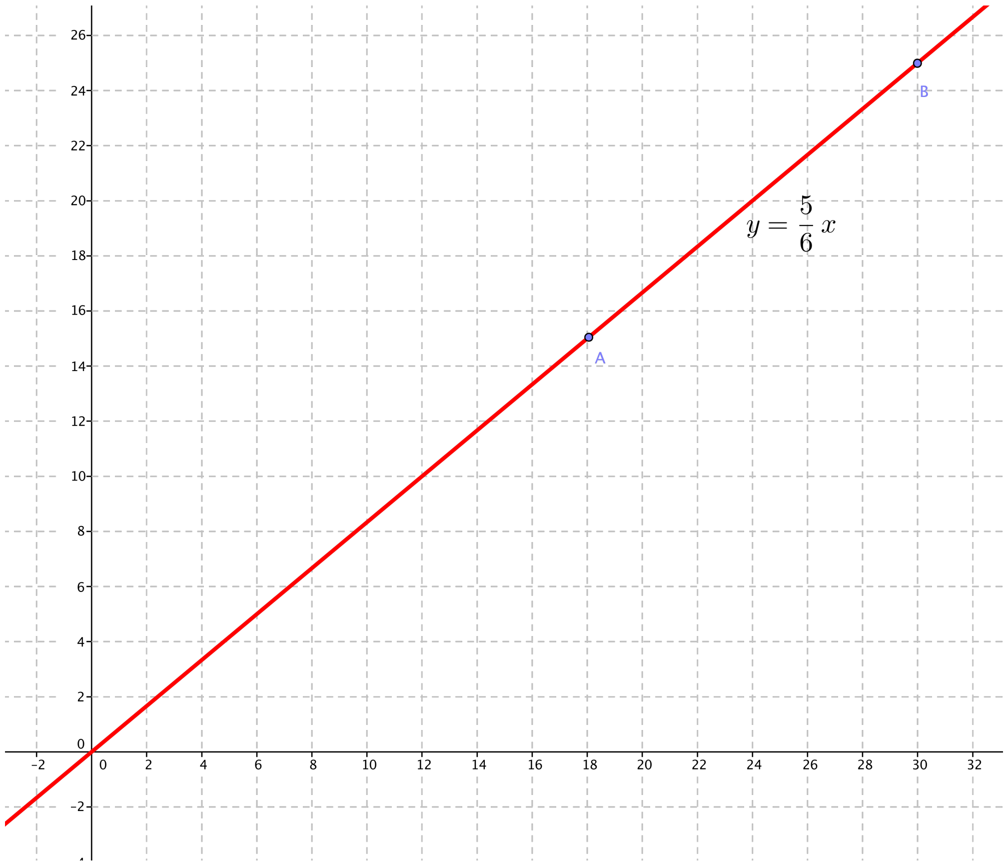
a) Halla la ecuación de la recta que nos da el precio en euros y de x dólares.

b) ¿Cuánto habríamos pagado por 30 dólares?

c) Represéntala gráficamente.

Solución

La recta que relaciona los precios del euro (x) y del dólar (y) para por los puntos (18,15) y (30,25). La pendiente de esta recta será $m = \dfrac{25-15}{30-18} = \dfrac{10}{12} = \dfrac{5}{6}$. Ademas esta recta pasa por el origen de coordenadas (es una función de proporcionalidad directa) ya que por 0 euros nos dan 0 dólares. Luego la ecuación de la recta que nos piden es $y = \dfrac{5}{6}x$. La representación gráfica la obtenemos a partir de los puntos mencionados y es la siguiente:



18. Ejercicio 18

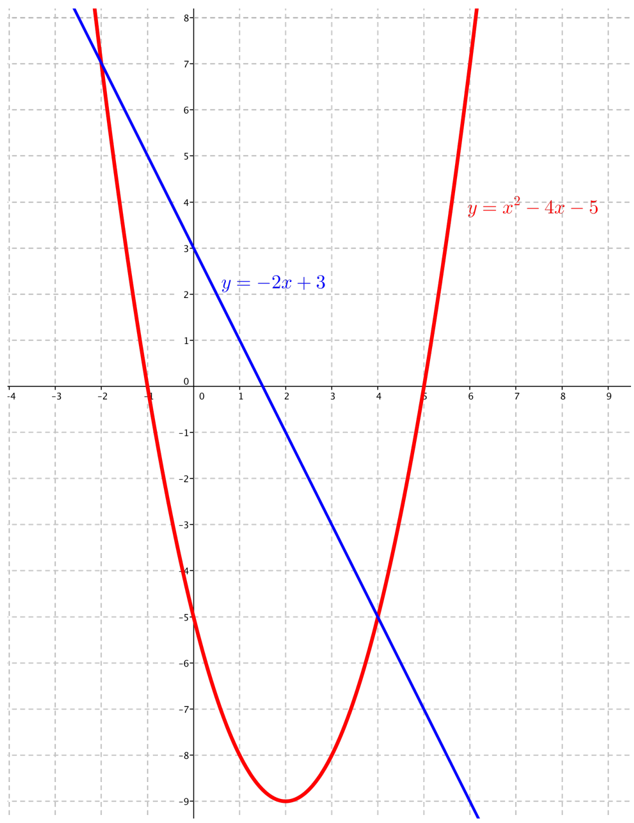
Halla gráficamente los puntos de corte de las funciones $y = x^2 - 4x - 5$ e $y = -2x + 3$.

Solución

Para representar la función $y = x^2 - 4x - 5$ necesitamos, en la medida de lo posible, el vértice y los puntos de corte con los ejes. La coordenada x del vértice es $x_v = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{2} = 2$. La coordenada y del vértice será $y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 - 5 = -9$. Por tanto el vértice es el punto $V(2, -9)$. El punto de corte con el eje Y es $(0, -5)$ y los puntos de corte con el eje X, si existen, vienen dados por la ecuación $x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \dfrac{4 \pm 6}{2} \Rightarrow x_1 = 5;\; x_2 = -1$. Los puntos de corte de la parábola con el eje X son $(5, 0)$ y $(-1, 0)$.

Para representar la recta $y = -2x + 3$ necesitamos dos puntos como por ejemplo $(0, 3)$ y $(1, 1)$.

Con los valores obtenidos anteriormente las gráficas de las funciones serían:



Como puede observarse en la figura los puntos de corte de las dos funciones son $(-2, 7)$ y $(4, -5)$

19. Ejercicio 19

Midiendo la estatura, en centímetros, de cada persona de un determinado grupo, A, hemos obtenido los datos que se recogen en la tabla:

Estatura	140-150	150-160	160-170	170-180	180-190
Nº de personas	7	18	27	31	12

a) Construye la tabla de frecuencias relativas y porcentajes.

b) ¿Qué porcentaje de persona miden menos de 170 cm?

c) Calcula la media y la desviación típica.

d) En otro grupo, B, la estatura es de 162 cm, con una desviación típica de 10 cm. Calcula el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión en ambos grupos.

Solución

a)

Estatura	140-150	150-160	160-170	170-180	180-190
Frecuencia relativa	7/95= 0'07	18/95=0'19	27/95=0'28	31/95=0'33	12/95=0'13
Porcentaje	7 %	19 %	28 %	33 %	13 %

b)

Los que miden menos de 170 cm. suponen $7\,\% + 19\,\% + 18\,\% = 54\,\%$ del total

c)

Marca de clase (x_i)	145	155	165	175	185
frecuencia (n_i)	7	18	27	31	12
$x_i \cdot n_i$	1 015	2 790	4 185	5 425	2 220
$x_i^2 \cdot n_i$	147 175	432 450	735 075	949 375	410 700

Al ser el tamaño de la muestra $n = 95$ la media viene dada por la expresión $\overline{X} = \dfrac{\sum x_i \cdot n_i}{n} = \dfrac{15635}{95} = 154'78$ cm. La media es $\boxed{\overline{X} = 154'78}$ La desviación típica viene dada por la expresión $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{n} - \overline{X}^2} = \sqrt{\dfrac{2674775}{95} - 154'78^2} =$. Luego la desviación típica es $\boxed{\sigma = 64'80}$

d)

El coeficiiente de variación viene dada por el cociente entre la desviación tipica y la media. En la muestra del ejercicio el coeficiente de variación vale $CV = \dfrac{64'80}{154'78} = 0'42$. En la muestra B el coeficiente de variación es $CV = \dfrac{10}{160} = 0'06$ lo cual nos indica que la población B está menos dispersa que la población de nuestra muestra.

20. Ejercicio 20

Lanzamos dos dados y anotamos el resultado de lo que obtenemos en cada dado. Escribe el espacio muestral y calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

a) Los dos números obtenidos sean iguales

b) La suma de los números obtenidos sea múltiplo de 4

c) Ninguno de los números obtenidos sea 6

Solución

El espacio muestral es el conjunto de todos los sucesos posibles que se pueden dar al realizar un experimento aleatorio. Cuando pongamos el (x, y) en el espacio muestral estaremos diciendo que hemos obtenido el valor x en el primer dado y el valor y en el segundo dado. El espacio muestral será entonces: E={(1,1),(1,2), (1,3), (1,4), (1,5),(1,6),(2,1), (2,2), (2,3), (2,4),(2,5),(2,6),(3,1)(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,1)(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(5,1)(5,2),(5,3), (5,4),(5,5),(5,6),(6,1)(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)}

a) El espacio muestral tiene 36 casos posibles, siendo los casos favorables a que los dos números obtenidos sean iguales (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), es decir 6 casos favorables. Si llamamos A al suceso obtener el mismo número en ambos dados entonces la probabilidad de este suceso es: $\boxed{P(A) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}}$

b) Los casos favorables a suma múltiplo de 4 son :(1,3), (2,2), (2,6), (3,1), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2), (6,6), es decir 9 casos favorables de los 36 posibles. Si B es el suceso la suma de los números obtenidos en el lanzamiento de los dos dados es múltiplo de 4 entonces: $\boxed{P(B) = \dfrac{9}{36} = \dfrac{1}{4}}$

c) El suceso contrario a D= alguno de los números obtenidos es 6 es el suceso C= ninguno de los números obtenidos es 6. Por la propiedad del suceso contrario se tiene que $P(C) = 1 - P(D)$. Los casos favorables a D son (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6), (1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), 11 casos en total. Por tanto $P(D) = \dfrac{11}{36} \Rightarrow P(C) = 1 - \dfrac{11}{36} = \boxed{\dfrac{25}{36}}$

21. Ejercicio 21

Una clase de 3.º E.S.0. está formada por 16 chicas y 14 chicos. A diez de las chicas les gusta el baile,mientras que solo les gusta bailar a 5 de los chicos. Elegimos un estudiante al azar. Calcula la probabilidad de que:

a) Sea chico y le guste el baile.

b) Sea chica y no le guste el baile.

c) No le guste el baile.

Solución

Sean los sucesos A=el elegido es chica. C= el elegido es chico. B= al elegido le gusta el baile, por tanto $\overline{B}$= al elegido no le gusta el baile.

a) Nos preguntan $P(C \cap B) = \dfrac{5}{30} = \dfrac{1}{6}$

b) Nos preguntan $P(A \cap \overline{B}) = \dfrac{6}{30} = \dfrac{1}{5}$

C) Nos preguntan $P(\overline{B}) = \dfrac{15}{30} = \dfrac{1}{2}$